Instituto Tecnológico de Celaya

Departamento de Ciencias Básicas

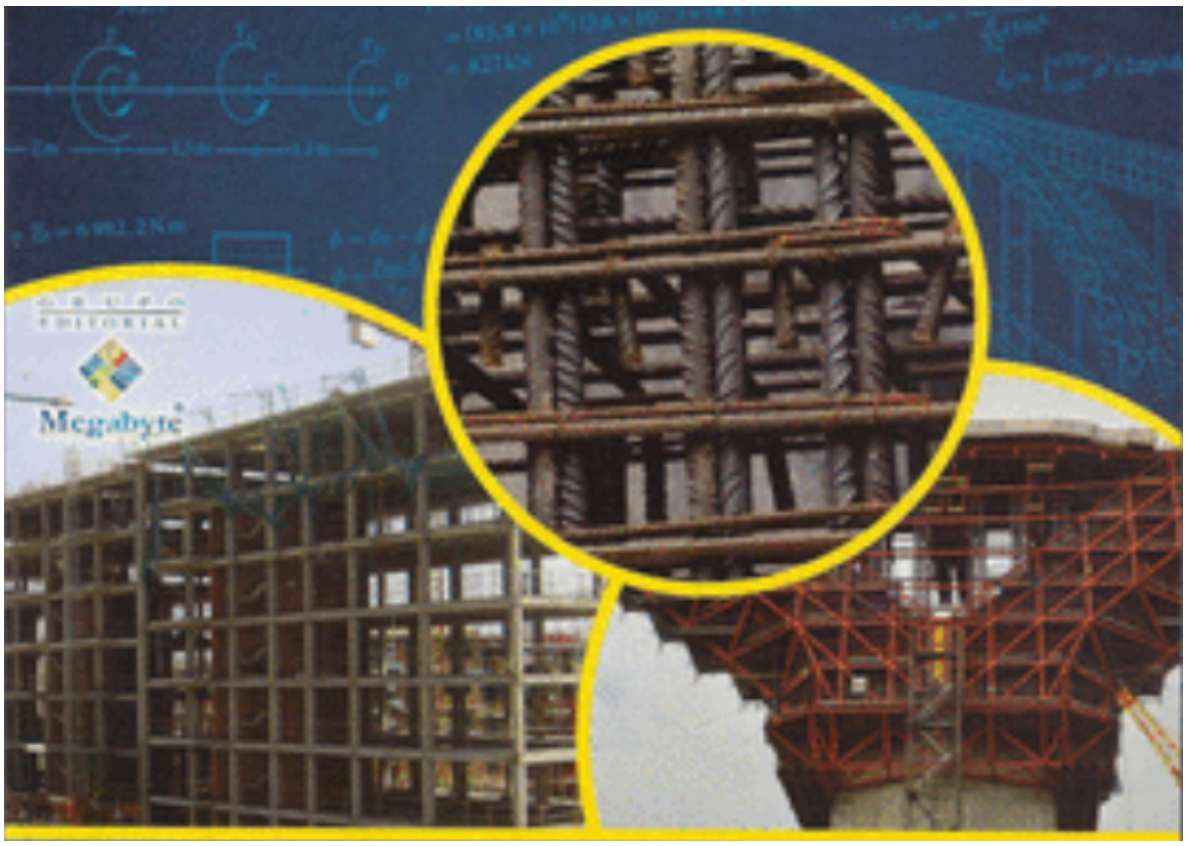
PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS

NOMBRE DE LA MATERIA: MECÁNICA DE MATERIALES

NOMBRE DEL ALUMNO: RAMÍREZ BUSTOS SAUL

ESPECIALIDAD: MECATRONICA

NOMBRE DEL DOCENTE: EFRÉN ARRIAGA GONZÁLEZ



Instituto Tecnológico de Celaya

Departamento de Ciencias Básicas

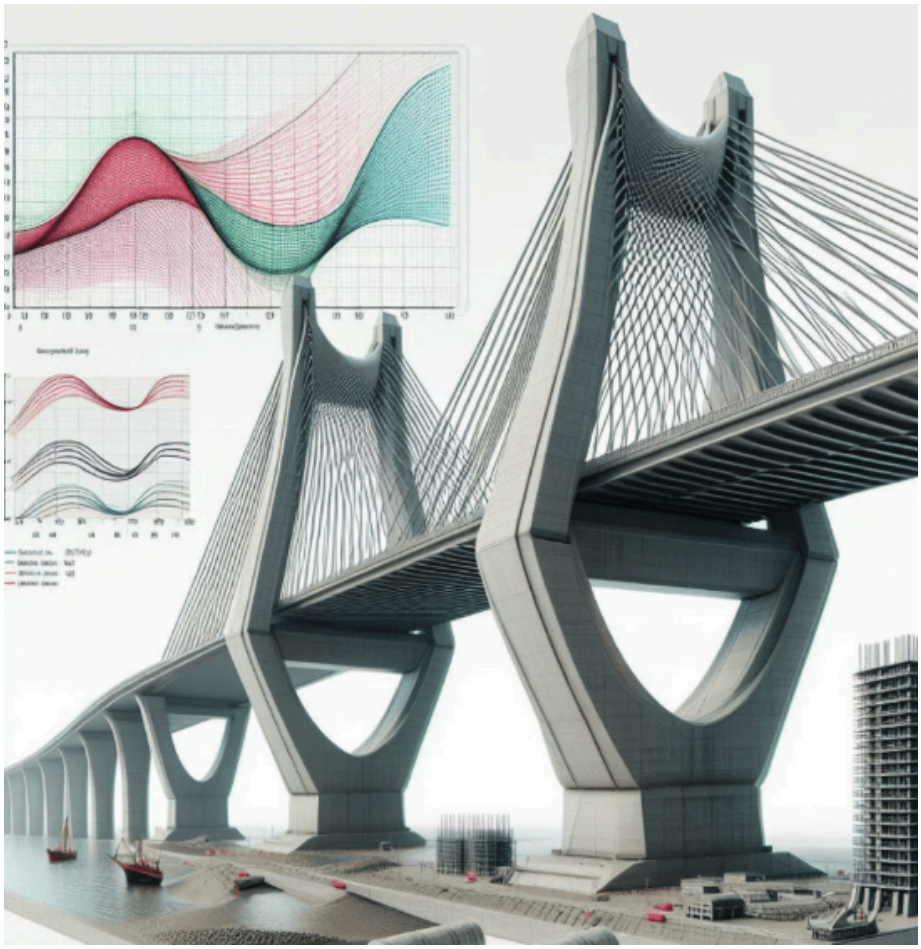
PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS 1ER PARCIAL

NOMBRE DE LA MATERIA: MECÁNICA DE MATERIALES

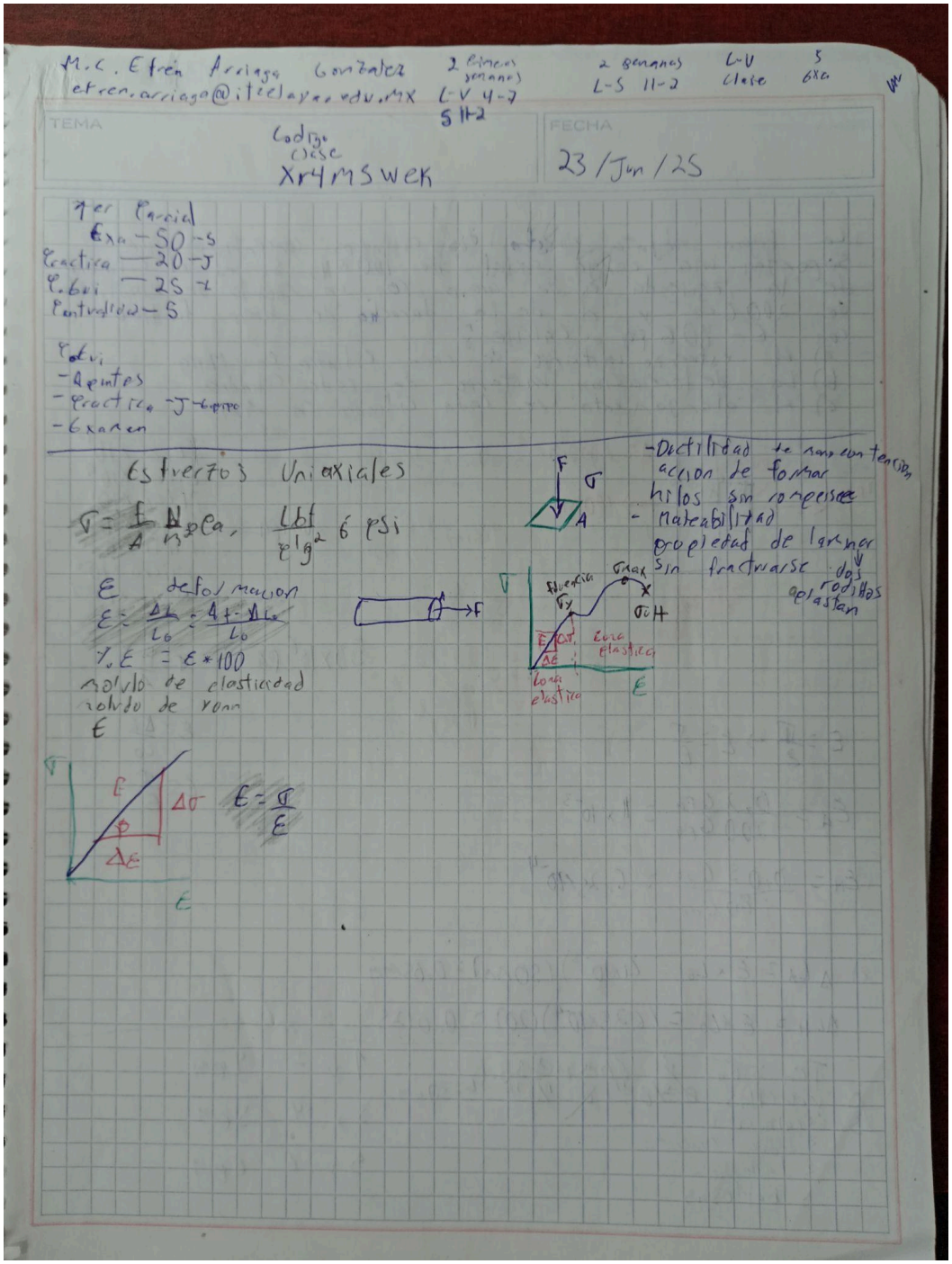
NOMBRE DEL ALUMNO: RAMÍREZ BUSTOS SAUL

ESPECIALIDAD: MECATRONICA

NOMBRE DEL DOCENTE: EFRÉN ARRIAGA GONZÁLEZ



APUNTES

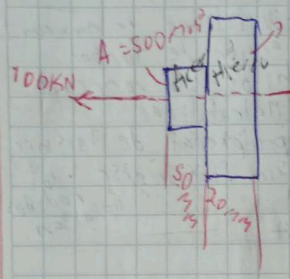

M.C. Efrén Arriaga González
efren.arriaga@itcelaya.edu.mx
2 clases semana
L-V 4-7
S 11-2
2 semanas
L-S 11-2
L-V
Clase
5
6Xc
TEMA
Codigo clase
Xr4mswek
FECHA
23/Jun/25
1er Parcial
Examen - 50 - 5
Practica — 20 - J
Proboi — 25 - 2
Participacion - 5
Probi
- Apuntes
- Practica - J
- Examen
Esfuerzos Unixiales
σ = F/A N/m² Pa, Lbf/plg² ó psi
ε deformacion
ε = ΔL/Lo = (Lf - Lo)/Lo
%ε = ε * 100
Modulo de elasticidad
Modulo de Young
E
-Ductilidad de material con tension
accion de formar
hilos sin romperse
- Maleabilidad
propiedad de laminar
sin fracturarse
dos rodillos
aplastan
F
σ
A
Fluencia
σy
σmax
σu
σH
E
Δσ
Δε
Zona Plastica
Zona elastica
ε
E = σ/ε

TEMA

FECHA

La figura adjunta muestra dos cilindros concentricos que soportan una carga axial de 100 KN, si el cilindro de la izquierda es de acero con un modulo de elasticidad de 200 Gpa y el de la derecha de hierro fundido con $E = 80$ Gpa. Calcule:

a) el esfuerzo unitario de cada cilindro en Mpa
b) La deformacion unitaria de cada cilindro
c) el alargamiento de cada cilindro en mm



$\sigma_{acero} = \frac{100 \times 10^3}{500\left(\frac{1}{1000}\right)^2} = 200 Mpa$

$\sigma_{acero} = \frac{0.1\ MN}{500 \times 10^{-6}} = 200 Mpa$

$\sigma_{Hierro} = \frac{0.1\ MN}{2000 \times 10^{-6}} =$

$\sigma_{Hierro} = \frac{100 \times 10^3}{2000\left(\frac{1}{1000}\right)^2} = 50 \times 10^6$ Pa

Tera $\times 10^{12}$
Giga $\times 10^{9}$
Mega $\times 10^{6}$
kilo $\times 10^{3}$
Mili $\times 10^{-3}$
micro $\times 10^{-6}$
nano $\times 10^{-9}$

$\sigma = \frac{F}{A}$

$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$

$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$

$\varepsilon_A = \frac{0.2\ Gpa}{200\ Gpa} = 1 \times 10^{-3}$

$\varepsilon_H = \frac{0.05\ Gpa}{80\ Gpa} = 6.25 \times 10^{-4}$

c) $\Delta L_A = \varepsilon \times L_0 = (1 \times 10^{-3})(50 mm) = 0.05 mm$

$\Delta L_H = \varepsilon \times L_0 = (6.25 \times 10^{-4})(20) = 0.0125$

Tres sitios y comprensión L = 30 cm

3 varillas Ø 5/8" o 1/2"
3 cerámicos
3 block concreto
3 ladrillos
3 baldosas

1 y 2 4 pm
3 y 4 5 pm
5 y 6 6 pm

TEMA | FECHA

Una varilla se ha fabricado con acero del límite elástico de 350 Mpa y con E = 200 Gpa. La varilla tiene una sección uniforme de 12 mm² y una longitud de 50 cm.

a) Si se carga en uno de sus extremos con fuerza de 1800 N en la dirección del eje de la barra ¿recuperará la varilla su longitud inicial cuando se retire la fuerza?

b) Calcule el alargamiento unitario en las condiciones de carga planteadas en a)

c) ¿Cuál deberá ser el diámetro mínimo de la varilla si no se desea que se alarge permanentemente tras ser sometida a una carga de 5000 N

$\sigma_y = 350$ Mpa
$E = 200$ Gpa
$A = 12$ mm²
$L_o = 50$ cm

a) $F = 1800$ N $\quad \sigma = \frac{F}{A} = \frac{1.8 \times 10^{-3}\ MN}{12 \times 10^{-6}\ m^2} = 150$ Mpa

$\sigma < \sigma_y \rightarrow$ Sí recupera su longitud inicial

b) $\varepsilon = \frac{L_f - L_o}{L_o}$

$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{150\ Mpa}{200 \times 10^3\ Mpa} = 7.5 \times 10^{-4}$

c) $F = 5000$ N $\quad \sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\frac{\pi D^2}{4}} = \sigma_y \rightarrow 350\ Mpa = \frac{5 \times 10^{-3}\ MN}{\left(\frac{\pi}{4} D^2\right)}$

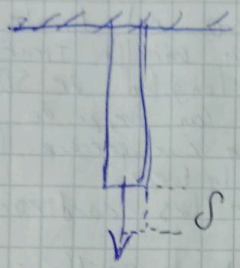
$350\left(\frac{\pi}{4} \cdot D^2\right) = 5 \times 10^{-3} \rightarrow D^2 = \frac{5 \times 10^{-3}\ MN}{\left(\frac{350\ MN/m^2}{4}\right)} = 1.8189$

$D = 4.26485 \times 10^{-3}$ m

$D = 4.2648$ mm

TEMA

FECHA 24/Jun/25

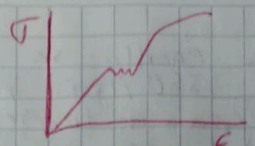


$*\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\frac{F}{A}}{E}$

$*\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\delta}{L}$

$\frac{\delta}{L} = \frac{\frac{F}{A}}{E}$

$*\delta = \frac{FL}{AE}$

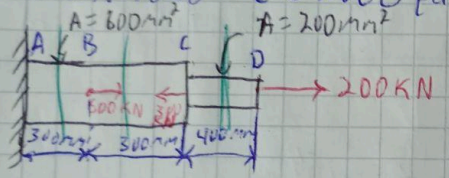


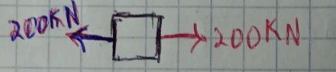
$\sigma = \frac{F}{A}$

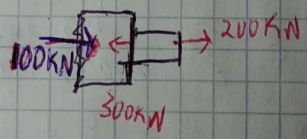
$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$

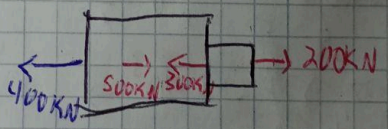
$*\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$

Determinar la deformación de la varilla de acero mostrada en la figura bajo las cargas mostradas. El módulo de elasticidad $E = 200\,GPa$









$E = 200\,GPa$

$\delta = \frac{FL}{AE}$

$\delta_{total} = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$

$\delta = \sum \frac{FL}{AE} \quad // \quad \delta = \frac{1}{E}\left(\frac{F_1 L_1}{A_1} + \frac{F_2 L_2}{A_2} + \frac{F_3 L_3}{A_3}\right)$

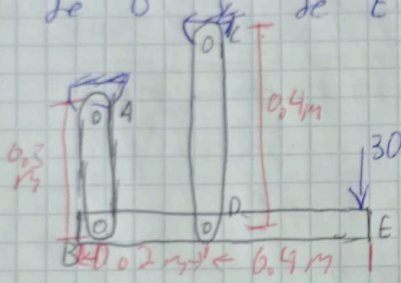
$$\delta = \frac{1}{200\times10^{9}}\left[\frac{200\,KN\,(400\times10^{-3}\,m)}{200\times10^{-6}} - \frac{100\,KN\,(300\times10^{-3}\,m)}{600\times10^{-6}} + \frac{400\,KN\,(300\times10^{-3}\,m)}{600\times10^{-6}}\right]$$

$\delta = 2.75\,mm$ ó $2.75\times10^{-3}\,m$

TEMA

FECHA

La barra rígida B D E que está soportada por dos barras articuladas AB y CD. La barra articulada AB está hecha de aluminio con un módulo E = 70 GPa y con una sección transversal de 500 mm². La barra articulada CD es de acero con E = 200 GPa y está reforzada con un área de sección de 600 mm². Para la fuerza de 30 KN mostrada encontrar la deflexión de B, de D y de E

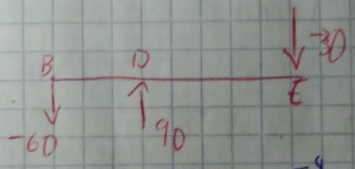


$\sum M_B = 0$

$(0.2)D - (0.6)30 = 0 \rightarrow D = 90\,KN$

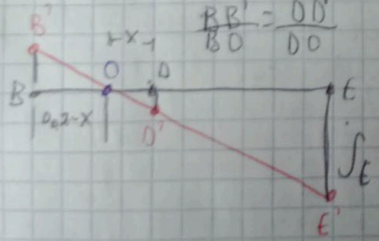
$\sum F_y = 0$

$-30 + 90 + B = 0 \rightarrow B = 60$



$$\delta_{AB} = \frac{FL}{AE} = \frac{-60\times10^{3}\,N\,(0.3m)}{(500\times10^{-6}m^2)(70\times10^{9}\,Pa)} = -5.1428\times10^{-4}m = 0.514mm\ (C)$$ Compresión

$$\delta_{CD} = \frac{90\times10^{3}\,N\,(0.4m)}{(600\times10^{-6}m^2)(200\times10^{9}\,Pa)} = 3\times10^{-4}m = 0.3mm\ (T)$$ Tensión



$\frac{BB'}{BO} = \frac{DD'}{DO}$

$\frac{0.514}{200-x} = \frac{0.3}{x} \rightarrow x = 73.7mm$

$\frac{BB'}{BO} = \frac{EE'}{ED}$

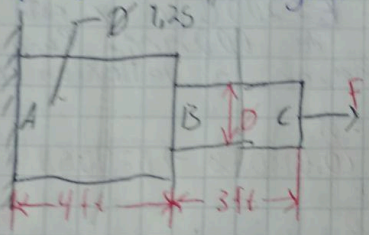
$\frac{0.514}{200-73.7} = \frac{\delta_E}{473.7} \rightarrow \delta_E = 1.927mm\ (T)$ Tensión

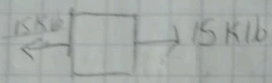
TEMA

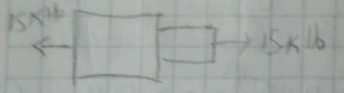
1 ft = 12"

FECHA

Se aplica una carga axial F = 15 Klb en el extremo C de una varilla de acero. Si E = 30×10⁶ hallar el diametro de la porcion BC para el cual la deflexion del punto C sea igual a 0.05"







$$0.05'' = \frac{1}{30\times10^6}\left[\frac{15\times10^3 \text{ lb} \times 4\text{ ft}\left(\frac{12''}{1\text{ ft}}\right)}{\frac{\pi (1.25'')^2}{4}} + \frac{15\times10^3 \text{ lb} \times 3\text{ ft}\left(\frac{12''}{1\text{ ft}}\right)}{\frac{\pi D^2}{4}}\right]$$

$$0.05'' = \frac{1}{30\times10^6}\left[586708.7622 + \frac{540000}{\frac{\pi}{4}D^2}\right]$$

$$D = 0.8676 \text{ in}$$

TEMA

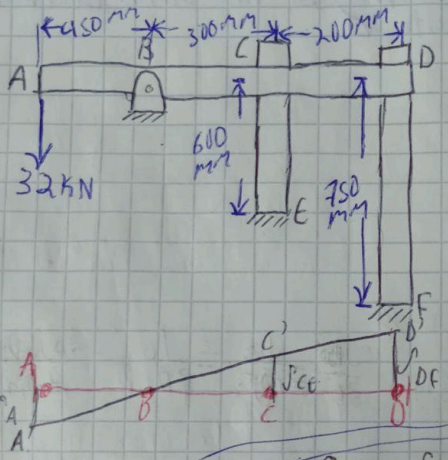
FECHA

25/Jun/25

Una varilla de 10mm de diametro en CE y otra de 15mm en DF estan unidas a la barra rigida ABCD. Sabiendo que las varillas son de aluminio y utilizando $E = 70\ GPa$ Determinar:

a) La fuerza en cada varilla producida por la carga mostrada

b) La deflexion correspondiente en el punto A



$(+\circlearrowleft) \sum M_B = 0$

$+32\times10^{3}(450\times10^{-3}) - F_{CE}(300\times10^{-3}) - F_{DF}(500\times10^{-3}) = 0$

$F_{CE}(0.3\,m) + F_{DF}(0.5\,m) = 14.4\,kN$ (1)

$\delta_C = \dfrac{F_{CE} L_{CE}}{A_{CE} E}$ $\qquad$ $\delta_D = \dfrac{F_{DF} L_{DF}}{A_{DF} E}$

$\dfrac{F_{CE} L_{CE}}{A_{CE} E} = 0.6 \dfrac{F_{DF} L_{DF}}{A_{DF} E}$

$F_{CE} = 0.6 \dfrac{0.75\,m\,(0.01)^2}{(0.015\,m)^2(0.6)} F_{DF}$

$F_{CE} = \frac{1}{3} F_{DF}$

$\dfrac{\delta_{CE}}{0.3\,m} = \dfrac{\delta_{DF}}{0.5\,m}$ $\qquad$ $\dfrac{\delta_A}{0.9} = \dfrac{\delta_{DF}}{0.5\,m}$

$\delta_{CE} = 0.6\,\delta_{DF}$ $\qquad$ $\delta_A = 0.9\,\delta_{DF}$

$\frac{1}{3} F_{DF}(0.3\,m) + F_{DF}(0.5\,m) = 14.4\,kN$

$F_{DF} = 24\,kN$

$F_{CE}(0.3\,m) + 24\,kN(0.5) = 14.4$

$F_{CE} = 8\,kN$

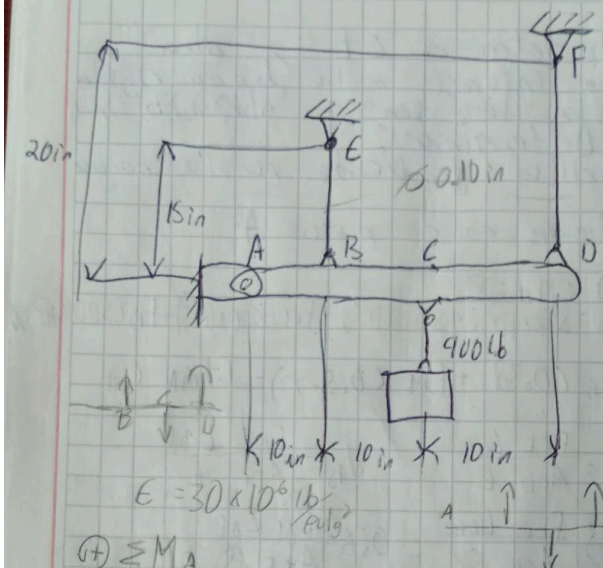
$\delta_D = \dfrac{(24\times10^{3}\,N)(0.75\,m)}{\frac{\pi}{4}(0.015\,m)^2 (70\times10^{9}\,Pa)}$

$(\delta_D = 1.951\,mm)\,0.9 = \delta_A = 1.309\,mm$

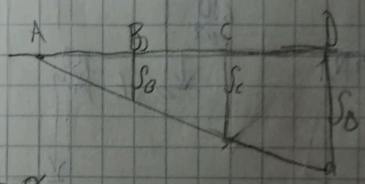
b) $\delta_A = 1.309\,mm$

TEMA FECHA

Los alambres de acero BE y DF tienen $\emptyset$ 0.10 pul de diámetro cada uno $E_s = 30 \times 10^6$ lb/pulg^2. Sabiendo que los alambres estaban tirantes cuando se suspendió el plomo de 900 lb a la barra rígida en el punto C, hallar (a) la tensión en cada alambre, (b) la deflexión en el punto C.



$E = 30 \times 10^6$ lb/pulg^2



$(+\circlearrowleft) \sum M_A$

$F_{EB}(10in) - 900 lb(20in) + F_{FD}(30in) = 0$

$F_{EB}(10in) + F_{FD}(30in) = 8000 lb \cdot pulg$

$F_{EB}(10in) + \frac{9}{4} F_{EB}(30in) = 8000 lb \cdot pulg$

$\frac{155}{2} F_{EB} = 8000 lb$

$F_{EB} = \frac{8000(2)}{155} lb = \frac{3200}{31} lb = 103.225 lb$

$F_{FD} = \frac{9}{4}\left(\frac{3200}{31} lb\right) = \frac{7200}{31} lb = 232.25 lb$

$\delta_C = 2\left[\frac{\left(\frac{7200}{31} lb\right)(15 in)}{\frac{\pi}{4}(0.1)^2 \times 30 \times 10^6}\right]$

$\delta_C = 0.0181 in$

$\frac{\delta_B}{10in} = \frac{\delta_D}{30in} = \frac{\delta_C}{20in}$

$\delta_B = \frac{F_{EB}(15in)}{\frac{\pi}{4}(0.1)^2 \cdot 30 \times 10^6}$

$\delta_D = \frac{F_{FD}(20in)}{\frac{\pi}{4}(0.1)^2 \cdot 30 \times 10^6}$

$\frac{\delta_B}{10} = \frac{\delta_D}{30} \rightarrow \delta_D = 3\delta_B$

$\frac{F_{FD}(20in)}{AE} = \frac{3 F_{EB}(15in)}{AE}$

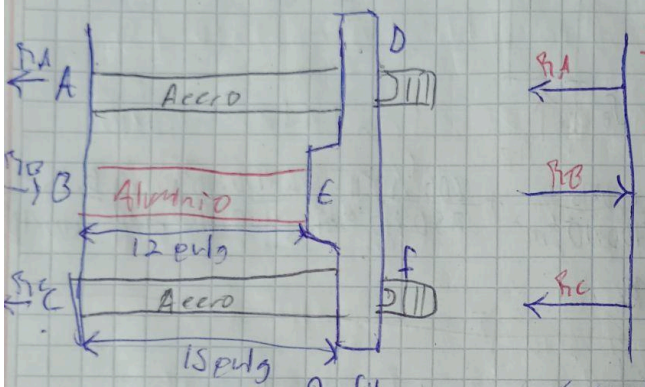
$F_{FD} = \frac{9}{4} F_{EB}$

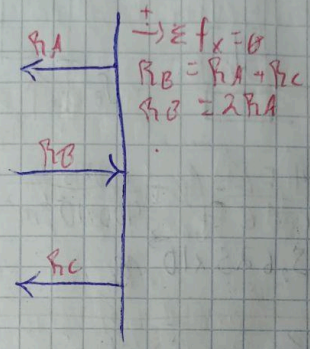
$\frac{\delta_B}{10in} = \frac{\delta_C}{20} \rightarrow \delta_C = 2\delta_B$

TEMA

FECHA

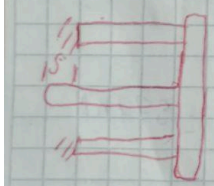
La pieza rígida DEF está sostenida por dos pernos de 3/4 pulg de diámetro en AD y en CF contra la barra de 1.5 pulg de diámetro BE. El paso de cada perno es de 0.1 pulg y, luego de haber sido ajustada a tope cada tuerca es apretada 1/4 de vuelta. Sabiendo que para el acero el módulo de elasticidad $E = 30\,000$ kip/pulg² y para el aluminio 10 000 kip/pulg², hallar el esfuerzo normal en la barra





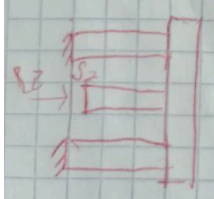
$\sigma = \frac{F}{A}$

$\delta = \frac{fL}{AE}$ $\quad \delta_{Al} = \frac{1}{4}(0.1\text{ pulg}) = 0.025\text{ pulg}$



$\delta_{perno} + \delta_{varilla} = \delta_1 = \delta_2$

$\delta_{perno} = \frac{f_A(15\text{ pulg})}{\frac{\pi}{4}(3/4)^2(30\times10^6\text{ psi})}$

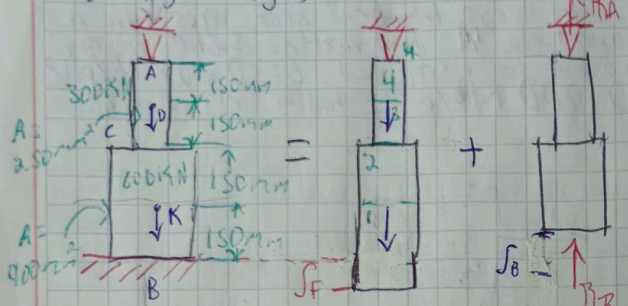


$\delta_{varilla} = \frac{f_B(12\text{ pulg})}{\frac{\pi}{4}(\frac{3}{2})^2(10\times10^6\text{ psi})}$

TEMA

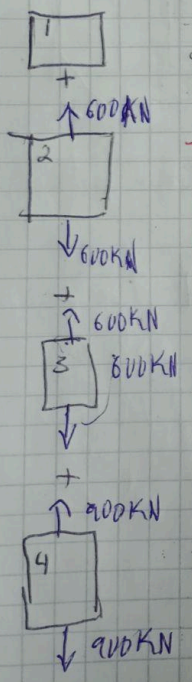
FECHA 29/Jun/25

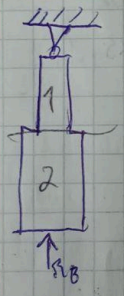
Hallar las reacciones en A y B para la barra de acero y la carga que se ilustra en la figura, suponiendo un ajuste perfecto en ambos apoyos antes de la aplicación de las cargas



$$\delta_F = \sum \frac{PL}{AE} = \left(0 + \frac{600\times10^3\,N}{400\times10^{-6}\,m^2} + \frac{600\times10^3\,N}{250\times10^{-6}\,m^2} + \frac{900\times10^3\,N}{250\times10^{-6}\,m^2}\right)\frac{0.15\,m}{200\times10^9\,Pa}$$

$$\delta_F = 5.625\times10^{-3}\,m$$





$$\delta_{RB} = \frac{R_B(0.3\,m)}{200\times10^9\,Pa}\left(\frac{1}{900\times10^{-6}\,m^2} + \frac{1}{250\times10^{-6}\,m^2}\right)$$

$$\delta_{RB} = -9.75\times10^{-9}\,R_B$$

$$\delta_F + \delta_{RB} = 0 \rightarrow R_B = \frac{5.625\times10^{-3}\,m}{9.75\times10^{-9}} = 577\,KN$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0$$

$$R_A = 1500 - 577\,KN$$

$$R_A = 323\,KN$$

TEMA

FECHA

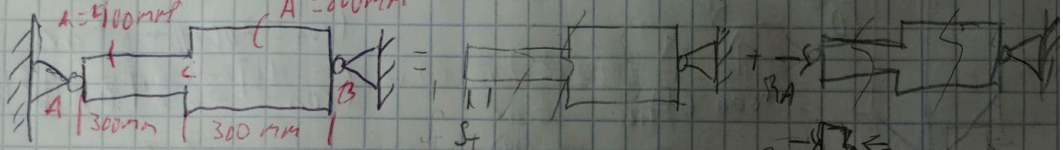
$\delta_T = \alpha (\Delta T) L$

$\sigma = -E \alpha (\Delta T)$

$P = -AE\alpha(\Delta T)$

Determinar los valores del esfuerzo en las porciones AC y CB de la barra de acero mostrada en la figura, cuando la temperatura de barra es de $-50°C$, sabiendo que existe un ajuste perfecto en los apoyos rígidos cuando la temperatura es de $25°C$. Use los valores de modulo de elasticidad $E = 200\ GPa$ y $\alpha = 12 \times 10^{-6}/°C$ para el acero

$\Delta T = (-50-25)°C = -75°C$



$\delta_{T_{AB}} = \delta_{T_{AC}} + \delta_{T_{CB}} = 2\alpha(\Delta T)L = -5.4 \times 10^{-4} m\ R_A$

$\delta_R = \frac{-R_A(300\times10^{-3}m)}{(400\times10^{-6}m^2)E} + \frac{R_A(300\times10^{-3}m)}{800\times10^{-6}m^2 E} = \frac{750 R_A}{E} + \frac{375 R_A}{E}$

$\sigma = 240 MPa$

$\frac{(750+375)}{E} R_A = 5.625 \times 10^{-4} R_A$

$\delta_T + \delta_R = 0 \rightarrow -5.4\times10^{-4} + 5.625\times10^{-4} R_A = 0$

$R_A = 96\ KN$

$\sigma_{AC} = \frac{96\times10^3 N}{400\times10^{-6} m^2} = 240\times10^6\ Pa$

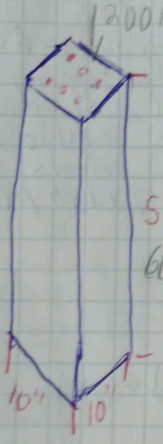
$\sigma_{CB} = \frac{96\times10^3 N}{800\times10^{-6} m^2} = 120\times10^6\ Pa$

TEMA

1 ft = 12"

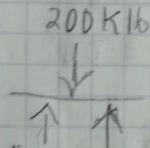
FECHA

Se refuerza un poste de concreto de 5 pies de longitud con 6 barras de acero de 7/8 in de diametro sabiendo que $E_{ac} = 30 \times 10^6$ lb/in² y $E_{concreto} = 3.6 \times 10^6$ lb/in² hayar los esfuerzos normales en el acero cuando se aplica una fuerza centrada en el acero de 200 K lb



$$A_{ac} = \frac{\pi}{4}(7/8)^2 = 601.32 \times 10^{-3}\ in^2$$

$$A_{con} = (10\ in)^2 - A_{ac} = 99.39\ in^2$$



$+\uparrow \sum f_x = 0 \rightarrow f_{con} + 6 f_{ac} = 200 \times 10^3$

$f_{con} = 200 \times 10^3 - 6 f_{ac}$

$f_{con} = 153.48 \times 10^3$ lb

$$\delta_{ac} = \frac{f_{ac} \cdot (60\ in)}{(30 \times 10^6 \frac{lb}{in^2})(601.32 \times 10^{-3}\ in^2)} = 3.32 \times 10^{-6} f_{ac}$$

$$\delta_{con} = \frac{f_{con} \cdot (60\ in)}{(3.6 \times 10^6 \frac{lb}{in^2})(99.39\ in^2)} = 167.68 \times 10^{-9} f_{con}$$

$\delta_{ac} = \delta_{con} \rightarrow 3.32 \times 10^{-6} f_{ac} = 167.68 \times 10^{-9} f_{con}$

$3.32 \times 10^{-6} f_{ac} = 167.68 \times 10^{-9} (200 \times 10^3 - 6 f_{ac})$

$f_{ac} = 7.752$ K lb

$$\sigma_{ac} = \frac{f_{ac}}{A_{ac}} = \frac{7.752 \times 10^3\ lb}{601.32 \times 10^{-3}\ in^2} = 12.89\ K psi$$

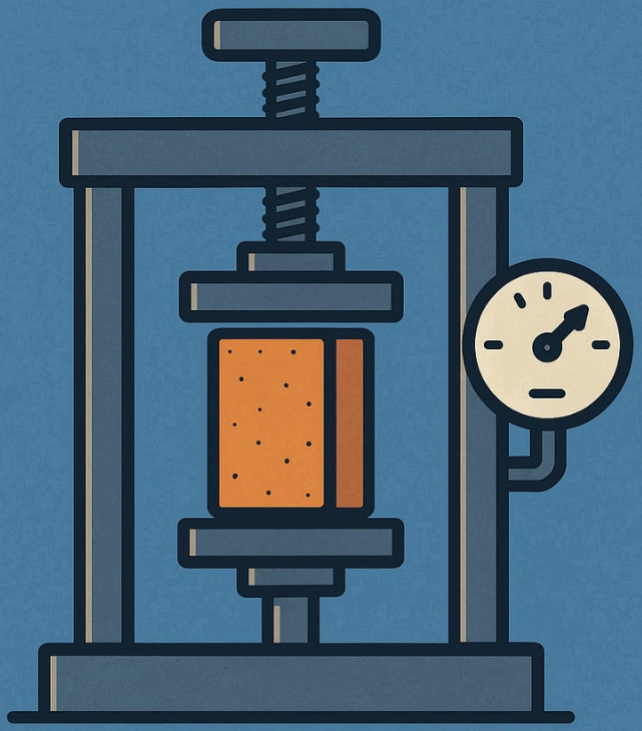
TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO®

MECÁNICA DE MATERIALES

Pruebas de tensión y compresión

Equipo 5:

Hernández Ramírez Alejandro
Hayashi Zúñiga Hiroshi
Herrera Frias Paul Hernán
Ramírez Bustos Saul
Nava Pantoja Alejandro
Hernández Franco ÁngelJosué



Junio de 2025

Índice

Introducción 2

Marco teórico 3

Metodología 11

Desarrollo de práctica 12

Resultados y análisis 19

Conclusión 21

Bibliografía 21

Introducción

La práctica tiene como objetivo principal evaluar el esfuerzo a través del uso de la máquina universal. Este equipo permite aplicar cargas controladas sobre materiales para estudiar su comportamiento mecánico bajo diferentes tipos de esfuerzos, en este caso, esfuerzo de compresión.

Durante la actividad, se sometió un ladrillo a una carga creciente hasta provocar su falla, con el fin de determinar su esfuerzo máximo, es decir, la máxima fuerza por unidad de área que el material puede soportar antes de romperse.

Marco Teórico

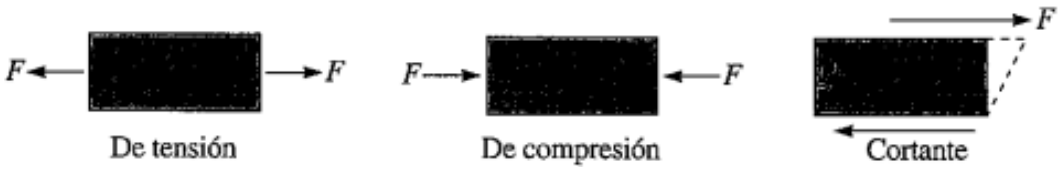
Propiedades mecánicas de los materiales. Esfuerzo y deformación.

En general, se define el esfuerzo como la fuerza que actúa por unidad de área sobre la que se aplica la fuerza. La deformación unitaria se define como el cambio en dimensión por unidad de longitud.

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \qquad \epsilon = \frac{\delta}{L_0}$$

El esfuerzo por lo regular se expresa en psi (lb/in2) o en Pa (Pascales). La deformación unitaria no tiene dimensiones y con frecuencia se expresa como in/in o en cm/cm.

Los esfuerzos de tensión y de compresión son esfuerzos normales. Un esfuerzo normal surge cuando la fuerza aplicada actúa de manera perpendicular al área de interés. La tensión ocasiona una elongación en la dirección de la fuerza aplicada, mientras que la compresión ocasiona un acortamiento. Se presenta un esfuerzo cortante cuando la fuerza aplicada actúa en una dirección paralela al área de interés.

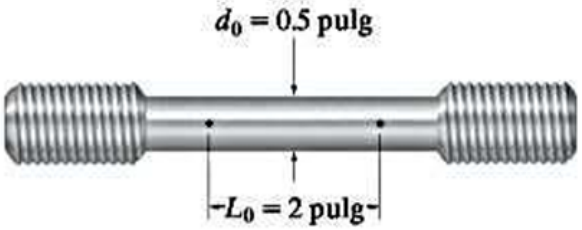


La deformación elástica se define como la deformación recuperable por completo que resulta a partir de un esfuerzo aplicado. La deformación es elástica si se desarrolla de manera instantánea (tan pronto como se aplica la fuerza), permanece mientras se aplique el esfuerzo y se recupera cuando se retira la fuerza. Un material sujeto a una deformación elástica no muestra ninguna deformación permanente. A la deformación plástica o permanente de un material se le conoce como deformación plástica. En este caso cuando se elimina el esfuerzo, el material no regresa a su forma original.

Ensayos de Tension y Compresion

La resistencia de un material depende de su capacidad para soportar una carga excesiva sin presentar deformación o falla. Esta propiedad es inherente al propio material y debe determinarse mediante la experimentación. Una de las pruebas más importantes a este respecto es el ensayo de tensión o compresión. Aunque a partir de esta prueba se pueden establecer varias propiedades mecánicas importantes de un material, se utiliza principalmente para determinar la relación entre el esfuerzo normal promedio y la deformación normal promedio en muchos materiales de ingeniería como metales, cerámicas, polímeros y materiales compuestos.

Para realizar un ensayo de tensión o compresión, se fabrica una probeta del material con forma y tamaño "estándar". La probeta tiene una sección transversal circular constante con extremos más grandes, de modo que la falla no se produzca en las empuñaduras. Antes de realizar el ensayo, con la ayuda de un punzón, se hacen dos pequeñas marcas sobre la longitud uniforme de la probeta. Se hacen mediciones tanto del área de la sección transversal inicial de la probeta, A, como de la longitud calibrada Lo entre las marcas. Por ejemplo, cuando se utiliza una probeta de metal en un ensayo de tensión, por lo general ésta tiene un diámetro inicial do=0.5 pulg (13 mm) y una longitud calibrada Lo=2 pulg (50 mm).



A fin de aplicar una carga axial sin que la probeta se flexione, los extremos suelen asentarse en las juntas de rótula. Después se utiliza una máquina de ensayos como la que aparece en la figura para estirar la probeta a una velocidad lenta y constante hasta que ésta falla. La máquina está diseñada para leer la carga que se requiere para mantener este estiramiento uniforme.

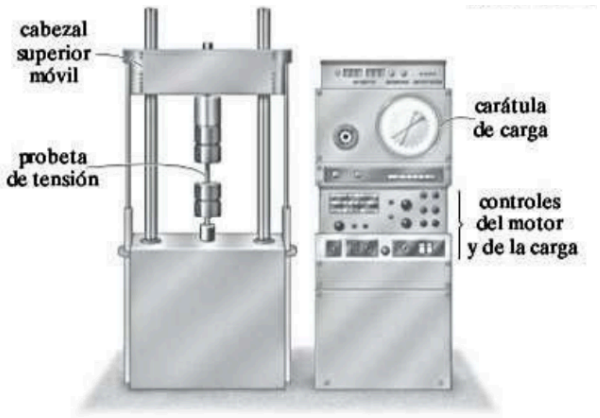
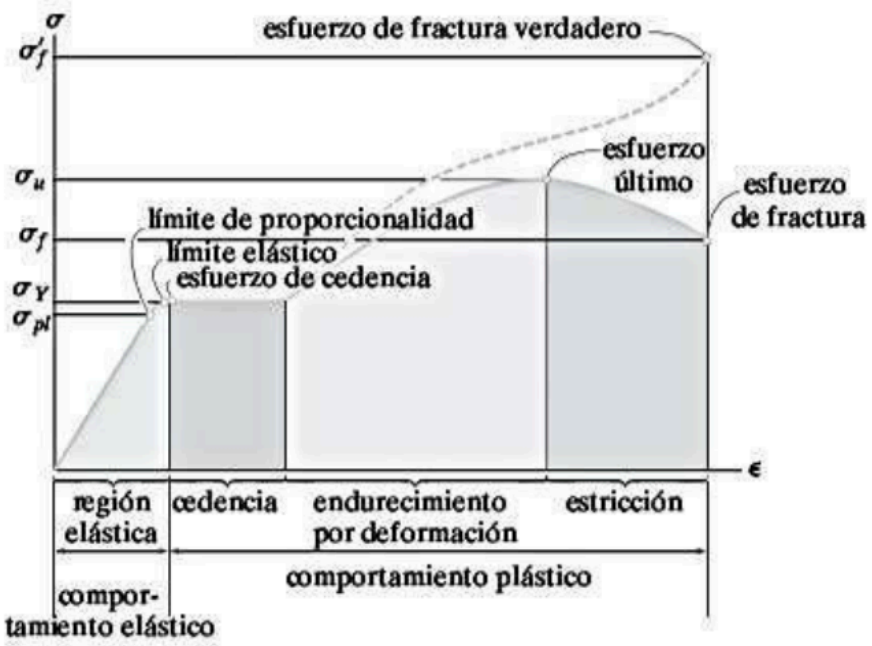


Diagrama Esfuerzo-Deformación

Si los valores correspondientes de σ y ε trazan de manera que el eje vertical sea el esfuerzo y el eje horizontal sea la deformación, la curva resultante se llama diagrama de esfuerzo-deformación convencional. Sin embargo, tenga en cuenta que dos diagramas de esfuerzo-deformación para un material particular serán muy similares pero nunca exactamente iguales. Esto se debe a que los resultados en realidad dependen de variables tales como la composición del material, imperfecciones microscópicas, la forma en que se fabrica, la rapidez con que se aplica la carga y la temperatura durante la realización del ensayo.



Diagramas de esfuerzo-deformación convencional y verdadero para un material dúctil (acero) (no se presenta a escala)

El comportamiento elástico del material se produce cuando las deformaciones en la probeta están dentro de la región triangular (en gris claro). Aquí la curva es en realidad una línea recta en la mayor parte de la región, de modo que el esfuerzo es proporcional a la deformación. Se dice que el material contenido en esta región es elástico lineal. El límite superior del esfuerzo para esta relación lineal se denomina límite de proporcionalidad, Si el esfuerzo excede ligeramente el límite de proporcionalidad, la curva tiende a doblarse y aplanarse como se muestra en la figura. Esto continúa hasta que el esfuerzo alcanza el límite elástico. En este punto, si se retira la carga, la probeta recuperará de nuevo su forma original.

Un ligero aumento en el esfuerzo por encima del límite elástico generará un rompimiento del material y ocasionará que éste se deforme de manera permanente. Este comportamiento se denomina cedencia, y está indicado por la región rectangular (adyacente a la región triangular) de la curva. El esfuerzo que causa la cedencia se llama esfuerzo de cedencia o punto de cedencia σy, y la deformación que se produce se denomina deformación plástica.

Cuando termina la cedencia, la probeta puede soportar un aumento de la carga, lo que resulta en una curva que asciende continuamente pero que se vuelve más plana hasta llegar a un esfuerzo máximo conocido como esfuerzo último, σu. Este incremento en la curva se llama endurecimiento por deformación y se identifica en la figura como la región curva más clara.

Mientras la probeta se alarga hasta llegar al esfuerzo último, el área de su sección transversal se reduce. Esta reducción es bastante uniforme en toda la longitud calibrada de la probeta; sin embargo, justo después del esfuerzo último, el área de la sección transversal comenzará a disminuir en una región localizada de la probeta. En consecuencia, suele formarse una constricción o "cuello" en dicha región a medida que la probeta se alarga aún más. Aquí el diagrama esfuerzo-deformación tiende a curvarse hacia abajo hasta que la probeta se rompe en el esfuerzo de fractura, σf.

Los conceptos anteriores se pueden resumir haciendo referencia a la siguiente figura, donde se muestra un diagrama de esfuerzo-deformación convencional real para una probeta de acero de bajo carbono. Con el fin de destacar los detalles, la región elástica de la curva se muestra en un tono gris usando una escala de deformación exagerada, que se muestra en el mismo tono gris. Al evaluar el comportamiento, se observa que el límite de proporcionalidad se alcanza en σpl = 35 ksi (241 MPa), donde εpl = 0.0012 pulg/pulg, seguido de un punto de cedencia superior de (σy)u = 38 ksi (262 MPa), después se presenta el punto de cedencia inferior (σy)i = 36 ksi (248 MPa). El fin de la cedencia se produce con una deformación εy =0.030 pulg/pulg, ¡que es 25 veces mayor a la deformación en el límite de proporcionalidad! A continuación, la probeta experimenta endurecimiento por deformación hasta llegar al esfuerzo último σu = 63 ksi (434 MPa), después comienza a presentarse la estricción hasta que se produce una fractura, σf = 47 ksi (324 MPa). Por comparación, la deformación a la falla, εf = 0.380 pulg/pulg, es ¡317 veces mayor que εpl!

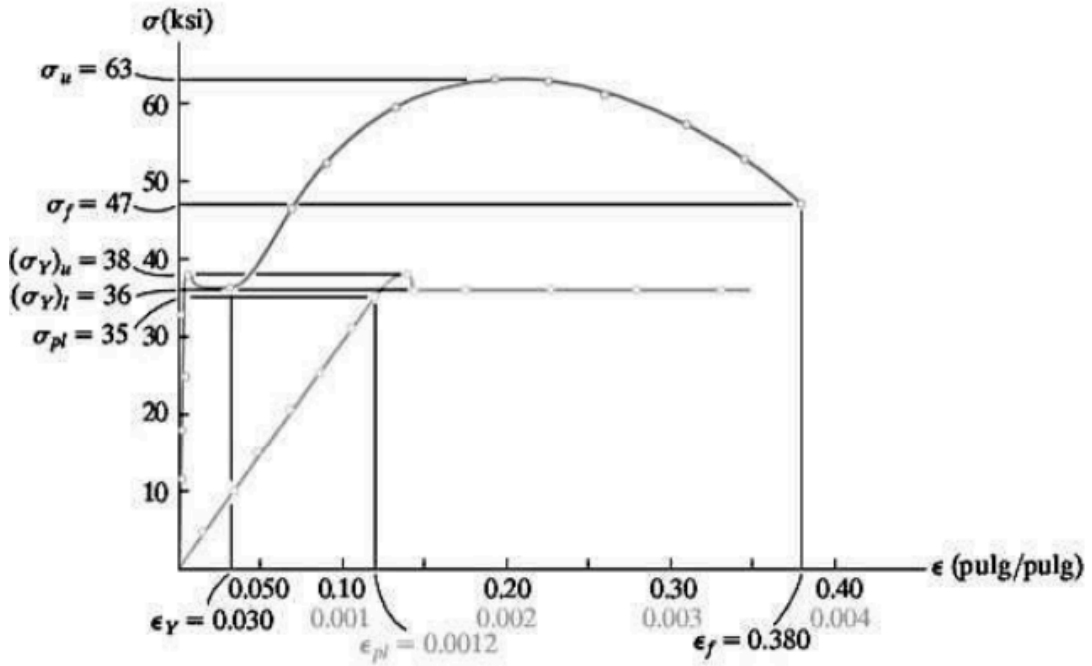


Diagrama de esfuerzo-deformación para el acero de bajo carbono

Comportamiento Esfuerzo-Deformación en materiales dúctiles y frágiles

Materiales dúctiles

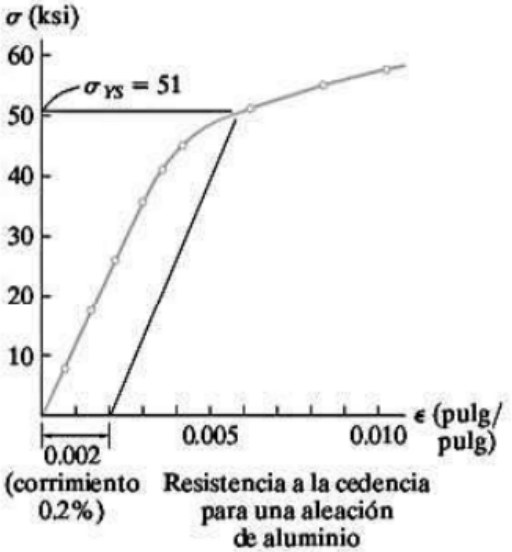
Cualquier material que pueda someterse a grandes deformaciones antes de fracturarse se denomina material dúctil. El acero de bajo carbono, como se ha dicho anteriormente, es un ejemplo típico. Los ingenieros suelen elegir materiales dúctiles para el diseño porque son capaces de absorber los impactos o la energía, y si se sobrecargan, por lo general presentan grandes deformaciones antes de fallar. Una manera de especificar la ductilidad de un material es registrar su porcentaje de elongación o porcentaje de reducción en área al momento de la fractura. El porcentaje de elongación es la deformación a la fractura expresada en porcentaje. Por lo tanto, si la longitud calibrada original de la probeta es Lo y su longitud a la fractura es L, entonces:

$$\text{Porcentaje de elongación} = \frac{L_f - L_0}{L_0}(100\%)$$

Otra manera de especificar la ductilidad es el porcentaje de reducción de área. Está definida dentro de la región de estricción de la siguiente manera:

$$\text{Porcentaje de reducción de área} = \frac{A_0 - A_f}{A_0}(100\%)$$

Aquí Ao, es el área original de la sección transversal de la probeta y A, es el área del cuello en el momento de la ruptura. El acero de bajo carbono tiene un valor típico de 60 por ciento. Además del acero, otros metales como el bronce, el molibdeno y el zinc pueden presentar características dúctiles similares, puesto que también experimentan un comportamiento elástico esfuerzo-deformación, ceden a un esfuerzo constante, presentan endurecimiento por deformación y, finalmente, se produce en ellos una estricción hasta la fractura. Sin embargo, en la mayoría de los metales la cedencia constante no se producirá más allá del rango elástico. Un metal en el que se presenta esta situación es el aluminio. En realidad, el aluminio no suele tener un punto de cedencia bien definido, por lo que la práctica aceptable consiste en definir una resistencia a la cedencia mediante un proceso gráfico llamado método de corrimiento. Por lo general, se elige una deformación de 0.2 por ciento (0.002 pulg/pulg) y desde este punto sobre el eje se dibuja una línea paralela a la porción inicial recta del diagrama esfuerzo-deformación. El punto donde esta línea interseca a la curva define la resistencia a la cedencia.

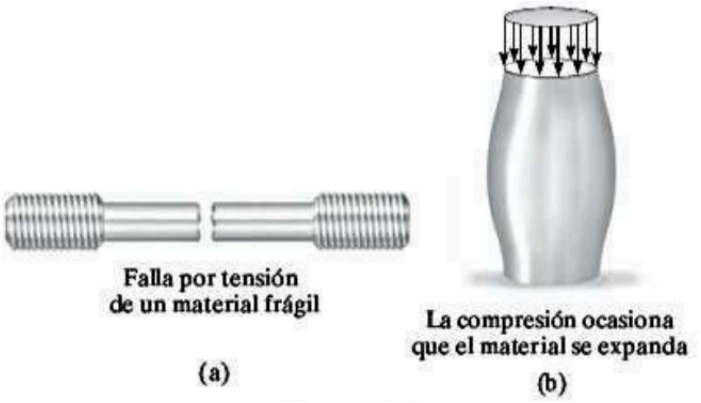


Materiales frágiles

Los materiales que no presentan cedencia, o que exhiben una muy pequeña, antes de la falla se conocen como materiales frágiles. El hierro fundido gris es un ejemplo. Aquí, la fractura tiene lugar inicialmente en una imperfección

o grieta microscópica y luego se propagó con rapidez a través de la probeta, lo que causó una fractura completa. Como la aparición de grietas iniciales en una probeta es bastante aleatoria, los materiales frágiles no tienen un esfuerzo de fractura a la tensión bien definido. En cambio, generalmente se reporta el esfuerzo de fractura a la tensión promedio en un conjunto de ensayos observados.

En comparación con su comportamiento en tensión, los materiales frágiles como el hierro fundido gris presentan una resistencia mucho mayor a la compresión axial. Para este caso, cualquier grieta o imperfección en la probeta tiende a cerrarse y, a medida que la carga aumenta, el material suele expandirse o tomar forma de barril mientras las deformaciones se vuelven mayores.



Al igual que el hierro fundido gris, el concreto se clasifica como un material frágil y también tiene una capacidad baja de resistencia a la tensión. Las características de su diagrama de esfuerzo-deformación dependen en gran medida de la mezcla de concreto (agua, arena, grava y cemento) y el tiempo y temperatura de curado.

Puede establecerse de manera general que la mayoría de los materiales presentan comportamiento dúctil y frágil, Por ejemplo, el acero tiene un comportamiento frágil cuando tiene un alto contenido de carbono y dúctil cuando el contenido de carbono es reducido. Asimismo, a bajas temperaturas los materiales se vuelven más duros y frágiles, mientras que cuando la temperatura se eleva se vuelven más blandos y dúctiles.

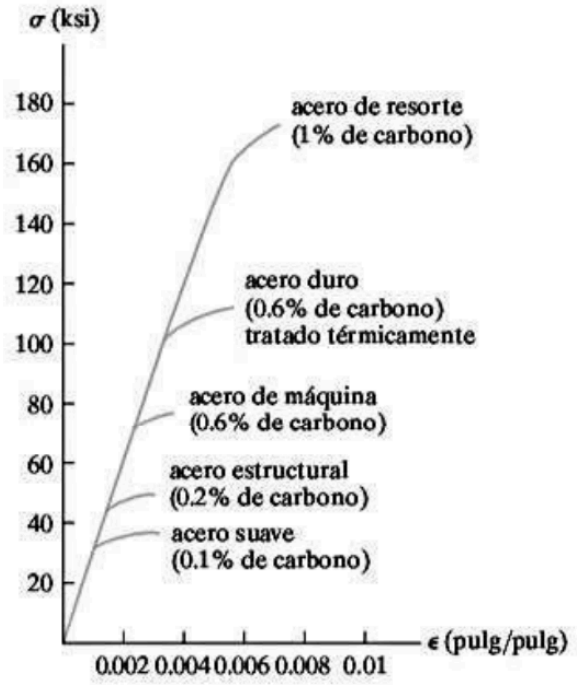
Ley de Hooke

Los diagramas de esfuerzo-deformación para la mayoría de los materiales de ingeniería presentan una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación

dentro de la región elástica. En consecuencia, un incremento en el esfuerzo ocasiona un aumento proporcional en la deformación. Este hecho fue descubierto por Robert Hooke en 1676 mediante el uso de resortes y se conoce como la ley de Hooke. Puede expresarse en forma matemática como:

$$\sigma = E\epsilon$$

Aquí E representa la constante de proporcionalidad,que se denomina тodulo de elasticidad o módulo de Young, llamado así por Thomas Young quien publicó un estudio sobre él en 1807. La ecuación en realidad representa la ecuación de la porción recta inicial del diagrama de esfuerzo-deformación hasta el límite de proporcionalidad. Por otra parte, el módulo de elasticidad representa la pendiente de esta recta. Como la deformación es adimensional, a partir de la ecuación, E tendrá las mismas unidades que el esfuerzo: psi, ksi o pascales.



El módulo de elasticidad es una de las propiedades mecánicas más importantes que se utilizan en el desarrollo de las ecuaciones que se presentan en la mecánica de materiales. Sin embargo, siempre se debe recordar que E puede utilizarse sólo si el material tiene un comportamiento elástico lineal. Además, si la tensión en el material es mayor que el límite de proporcionalidad, el diagrama de esfuerzo-deformación deja de ser una línea recta y la ecuación ya no es válida.

Metodología

Para la realización de esta práctica, se realizó un seguimiento de pasos para evaluar el comportamiento mecánico de ladrillos, bajo condiciones controladas de compresión. El procedimiento se desarrolló de la siguiente manera:

1. Selección y obtención de materiales:
Se eligieron ladrillos como material de estudio, esto debido a su fácil obtención y sus regulaciones. Estos elementos fueron seleccionados de forma aleatoria, considerando que no se observan grietas o imperfecciones visibles que alterarán los resultados de la práctica.

2. Toma de medidas iniciales
Antes de someter los ladrillos a ensayo, se midieron sus dimensiones (largo y ancho) utilizando instrumentos de medición adecuados, con el fin de calcular posteriormente el área de carga y relacionar los esfuerzos con la fuerza aplicada.

3. Emplayado de los ladrillos
Cada ladrillo fue envuelto cuidadosamente utilizando película plástica (emplayado), con el propósito de mantener unidos los fragmentos tras la fractura. Esto facilitó una observación más segura y clara del patrón de ruptura y la distribución de fallas.

4. Montaje en la máquina universal
Los ladrillos fueron colocados horizontalmente en la máquina universal de ensayos, asegurando su correcto posicionamiento asegurando que la carga fuera aplicada de forma axial y uniforme.

5. Aplicación de carga y observación de resultados
Se aplicó una carga creciente de compresión hasta que el ladrillo presentó fractura. Se registraron los datos de fractura, es decir el valor de la carga máxima soportada.

Desarrollo de Práctica

Materiales y herramientas

- 3 Ceramicos (Ladrillos)
- 3 Varillas (⅝ in de diámetro y 30 cm de largo)
- Emplaye
- Máquina universal para tensión y compresión
- Cinta métrica

Desarrollo

Empezamos consiguiendo los materiales, para ello tuvimos que ponernos de acuerdo con el otro equipo para que ellos consiguieron los ladrillos y nuestro compañero Alejandro Hernandez consiguió las varillas.

Ya estando en el laboratorio de mecánica medimos los 3 ladrillos con una cinta métrica para poder sacar el área de cada uno de estos y con eso poder tener un dato para poder sacar el esfuerzo.

1.- 25.3 cm de largo y 12.6 cm de ancho → A = 0.031878 m^2
2.- 25.7 cm de largo y 12.8 cm de ancho → A = 0.032896 m^2
3.- 24.9 cm de largo y 12.6 cm de ancho → A = 0.031374 m^2

Posteriormente emplayamos los ladrillos con el objetivo de evitar que se ensucie la máquina al comprimir cada ladrillo.

Teniendo el área calculada de cada ladrillo procedimos a someter cada ladrillo a compresión con una máquina universal para poder conocer el máximo peso que puede soportar cada ladrillo

1.- Peso Max = 2770 kg → Fmax = **27173.7 N**
2.- Peso Max = 1790 kg → Fmax = **17559.9 N**
3.- Peso Max = 2350 kg → Fmax = **23053.5 N**

Ahora que ya tenemos el ancho y el aspersor de cada ladrillo para sacar el area y el peso máximo que multiplicado por la gravedad (9.81m/s^2) es la fuerza, por lo tanto con estos datos ya podemos calcular el esfuerzo máximo que sería σmax=Fmax/Área

Esfuerzo máximo

1.- σmax = 27173.7 N / 0.031878 m^2 = 852.428 KPa
2.- σmax = 17559.9 N / 0.032896 m^2 = 533.8 KPa
3.- σmax = 23053.5 N / 0.031374 m^2 = 734.7963 KPa

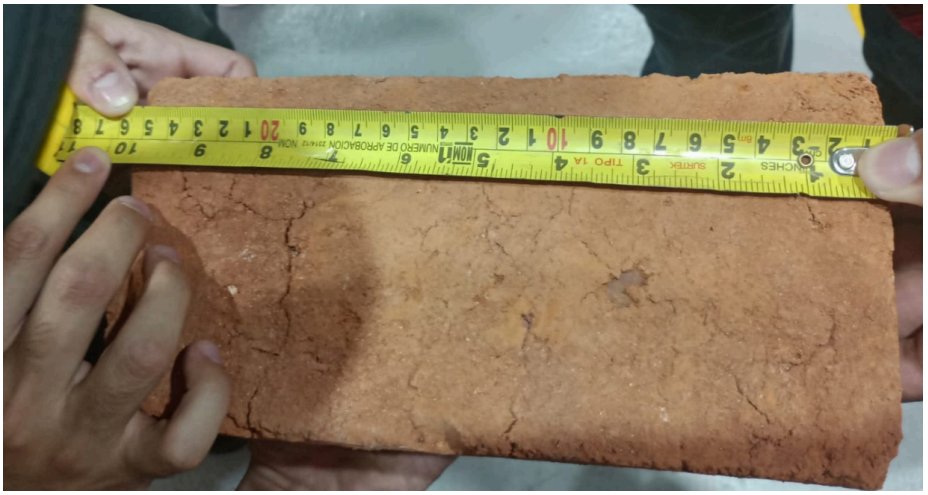
Evidencias

Máquina Universal

(Máquina universal usada, modelo GALDABINI)

Midiendo largo de cada ladrillo

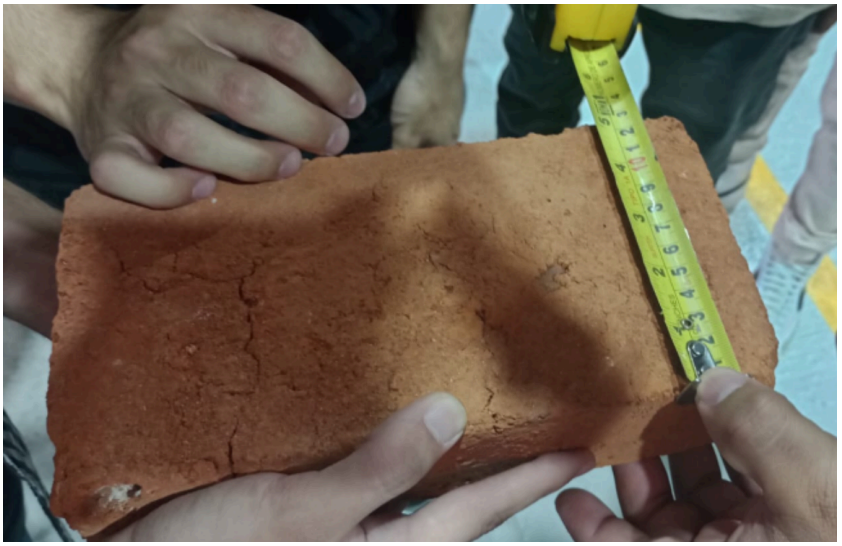
(Ladrillo No. 1, Medidas: 25.3×12.6 cm)



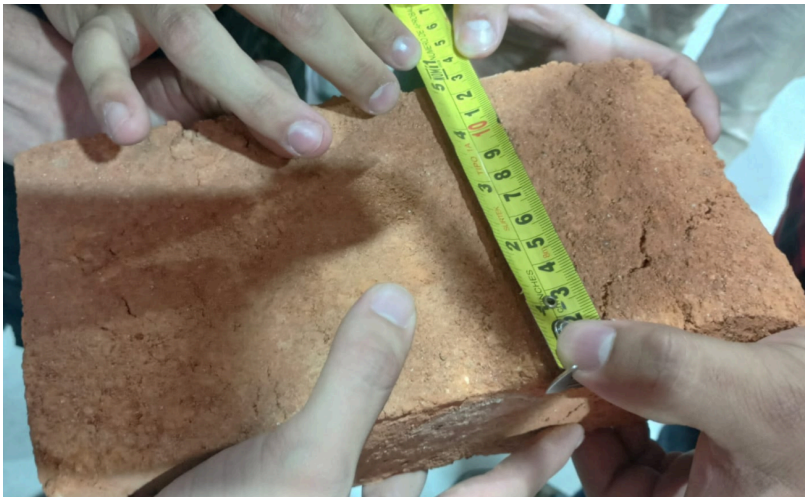
(Ladrillo No. 2, Medidas: 25.7×12.8 cm)

(Ladrillo No. 3, Medidas: 24.9×12.6 cm)

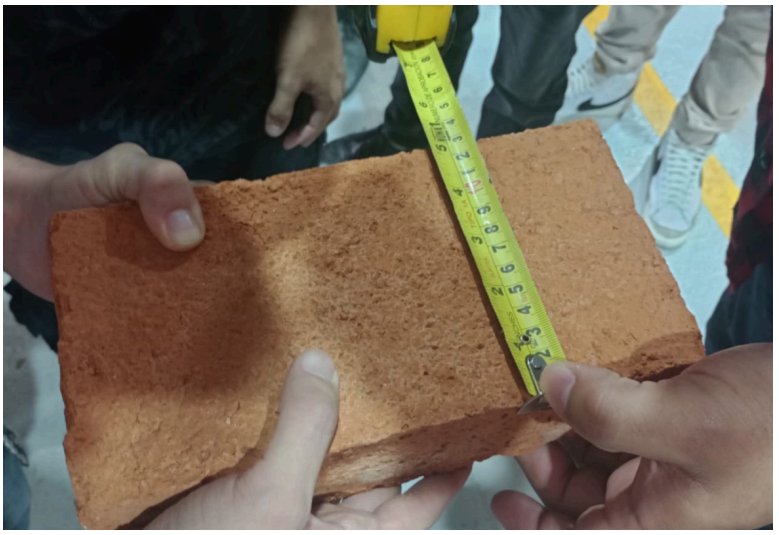
Midiendo ancho de los ladrillos



(Ladrillo No. 1, Medidas: 12.6 cm)



(Ladrillo No. 2, Medidas: 12.8 cm)



(Ladrillo No. 3, Medidas: 12.6 cm)

Emplayando ladrillos

Ladrillos emplayados

Ladrillo a compresión

Carga máxima de los ladrillos

(Ladrillo No. 1, Carga máxima soportada)

(Ladrillo No. 2, Carga máxima soportada)

(Ladrillo No. 3, Carga máxima soportada)

Resultados y Análisis

El propósito de esta práctica fue determinar el esfuerzo máximo a compresión que soporta un ladrillo cerámico, con base en un procedimiento experimental sencillo que incluyó la medición de dimensiones, la aplicación de carga por medio de una máquina universal y el cálculo del esfuerzo a partir de la relación entre fuerza máxima y área de carga.

Se evaluaron tres ladrillos con dimensiones y áreas ligeramente distintas, obteniéndose los siguientes esfuerzos máximos:

Ladrillo 1: 852.428 kPa

Ladrillo 2: 533.8 kPa

Ladrillo 3: 734.763 kPa

Estos valores representan la resistencia a compresión unitaria de cada muestra, y muestran una variación significativa entre los especímenes, lo cual puede deberse a defectos en el proceso de fabricación, cocción irregular o diferencias en la compactación y calidad del material cerámico.

Según la NMX-C-037-ONNCCE-2013, para que un ladrillo cerámico sea considerado estructuralmente apto debe cumplir, como mínimo:

5.0 MPa (≈ 5000 kPa) para una unidad individual, cuando se destina a uso estructural en muros de carga.

Los valores obtenidos en esta práctica están muy por debajo del mínimo requerido, representando apenas entre el 10.6% y 17% del valor normativo.

Esto indica que los ladrillos ensayados no son adecuados para ningún tipo de uso estructural, y que su utilización en sistemas de mampostería podría representar un riesgo importante ante cargas normales de servicio, especialmente en zonas sísmicas.

La baja resistencia podría estar asociada a una mala cocción del ladrillo (temperaturas insuficientes o no homogéneas), un alto contenido de materiales finos o arcillas de baja plasticidad, o deficiencias en el proceso de compactado y secado. Además, se sugiere que el número reducido de muestras analizadas no permite una conclusión estadísticamente sólida, aunque los valores obtenidos ya son críticos desde el punto de vista técnico.

Conclusión

Mediante las prácticas donde obtuvimos el esfuerzo máximo y la carga que lograron soportar los materiales para encontrar las deformaciones que sufre durante la etapa de compresión generada por la máquina universal, llegamos a la conclusión de que cuando ya se agrieto la pieza, en este caso el ladrillo, ya no es recomendable utilizar este material debido a que este ya paso su límite de deformación elástica y por tal motivo es considerado defectuoso si en este caso, por lo tanto para una construcción es más recomendable utilizar materiales en los que su esfuerzo todavía no haya pasado la fluencia ya que de esta forma será más resistente y sufrirá menos deformaciones

Bibliografía

Askeland, D. R. (2013). *Ciencia e ingeniería de los materiales* (6.ª ed.). Cengage Learning.

Callister, W. D., Jr. (2006). *Introducción a la ciencia e ingeniería de los materiales* (última ed.). Reverté.

Hibbeler, R. C. (2011). *Mecánica de materiales* (8.ª ed.). Pearson Educación.

Singer, F. L., & Pytel, A. (2008). *Resistencia de materiales* (8.ª ed.). Oxford University Press México.

Instituto Tecnológico de Celaya

Departamento de Ciencias Básicas

EXAMEN

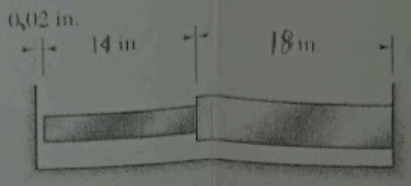
1er Parcial de Mecánica de Materiales

Nombre Ramírez Bustos Saul

Cero

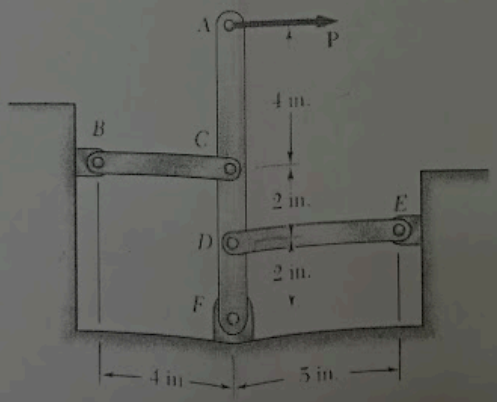
66°F

1.- A temperatura ambiente (20°C) hay un espacio de 0.5 mm entre los extremos de las varillas mostradas en la figura. Posteriormente, cuando la temperatura alcanza 140°C, determine a) el esfuerzo normal en la varilla de aluminio **(25 ptos.)**, b) el cambio de longitud de la varilla de aluminio **(25 ptos.)**.

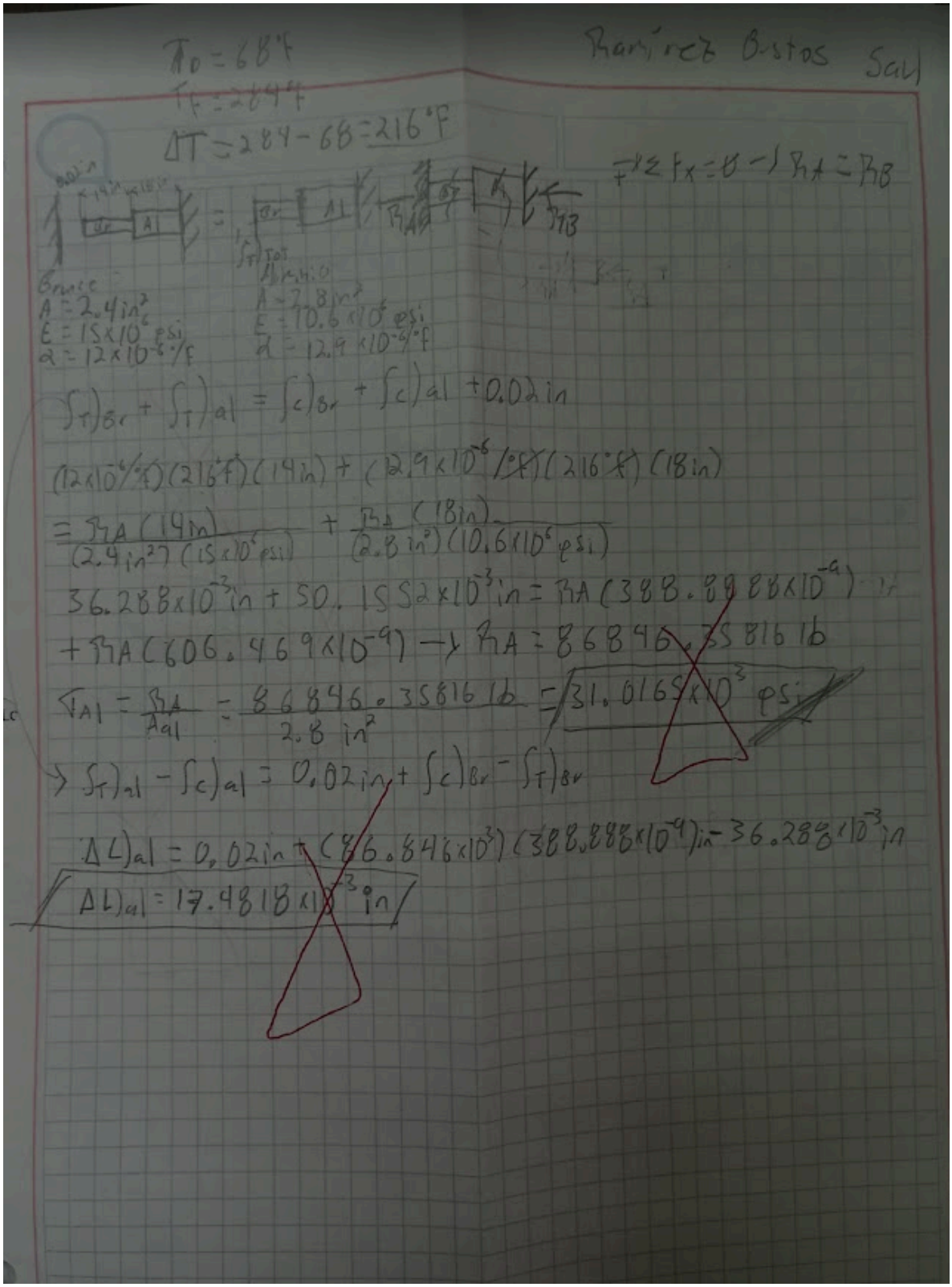


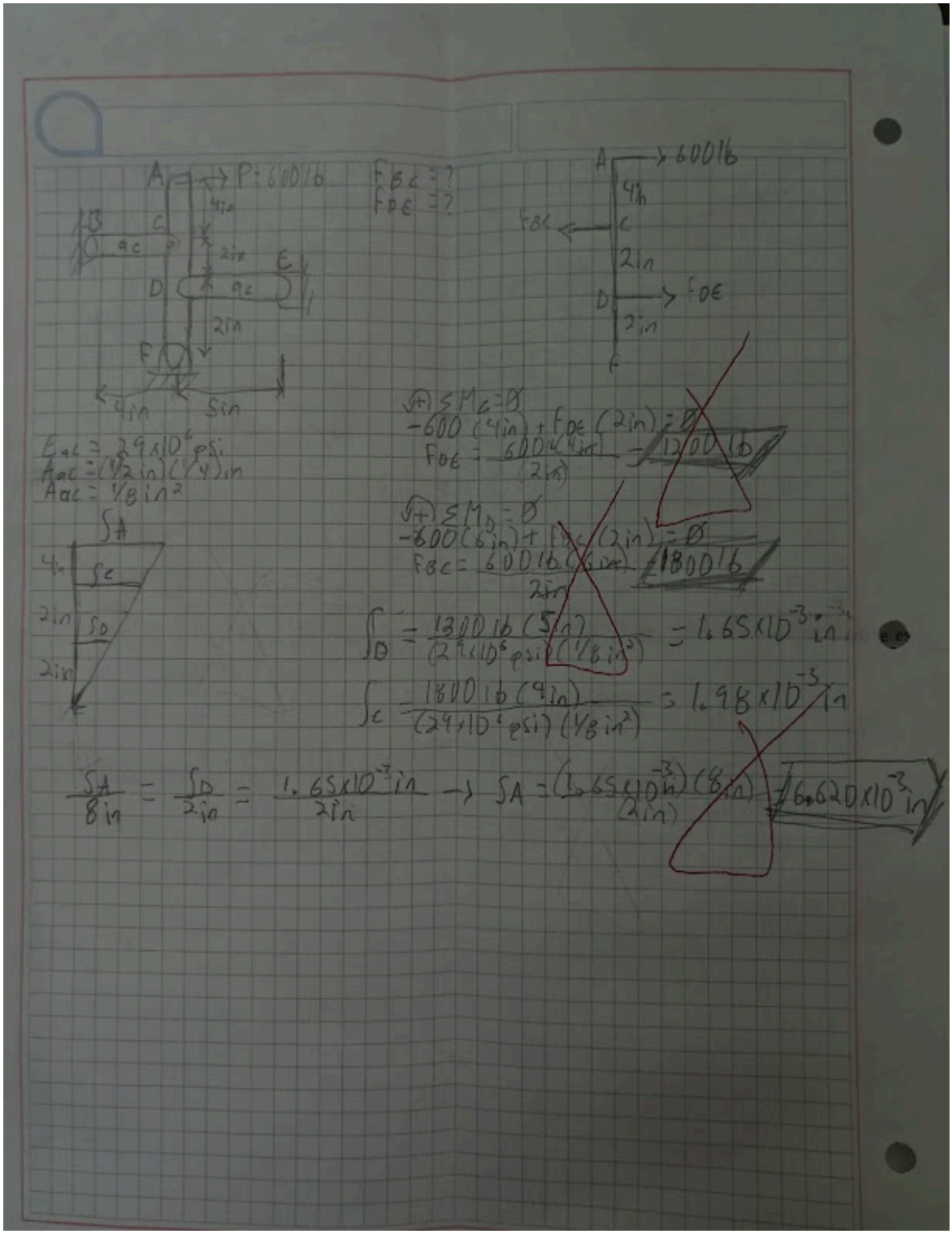
Bronce	Aluminio
$A = 2.4\ \text{in.}^2$	$A = 2.8\ \text{in}^2$
$E = 15 \times 10^6\ \text{psi}$	$E = 10.6 \times 10^6\ \text{psi}$
$\alpha = 12 \times 10^{-6}/°\text{F}$	$\alpha = 12.9 \times 10^{-6}/°\text{F}$

2.- Los eslabones BC y DE están hechos de acero (E = 29 X 10^6 psi) y tienen 1/2 in. de ancho y 1/4 in. de espesor. Determine a) la fuerza en cada eslabón cuando se aplica una fuerza P de 600 lb sobre el elemento rígido AF como se muestra en la figura **(25 ptos.)**, y b) la deflexión correspondiente del punto A **(25 ptos.)**.



Aquí no hay medios puntos. O está bien, o está mal.
La deshonestidad en el examen se castiga con la anulación de este.


Ramírez Bustos Saul
$T_0 = 68°F$
$T_f = 284°F$
$\Delta T = 284 - 68 = 216°F$
$\sum F_x = 0 \rightarrow R_A = R_B$
Bronce
$A = 2.4\,in^2$
$E = 15\times10^6\,psi$
$\alpha = 12\times10^{-6}\,/°F$
Aluminio
$A = 2.8\,in^2$
$E = 10.6\times10^6\,psi$
$\alpha = 12.9\times10^{-6}\,/°F$
$\delta_T)_{Br} + \delta_T)_{al} = \delta_c)_{Br} + \delta_c)_{al} + 0.02\,in$
$(12\times10^{-6}/°F)(216°F)(14\,in) + (12.9\times10^{-6}/°F)(216°F)(18\,in)$
$= \frac{R_A(14\,in)}{(2.4\,in^2)(15\times10^6\,psi)} + \frac{R_A(18\,in)}{(2.8\,in^2)(10.6\times10^6\,psi)}$
$36.288\times10^{-3}\,in + 50.1552\times10^{-3}\,in = R_A(388.888\times10^{-9}) + R_A(606.469\times10^{-9}) \rightarrow R_A = 86846.35816\,lb$
$\sigma_{al} = \frac{R_A}{A_{al}} = \frac{86846.35816\,lb}{2.8\,in^2} = 31.0165\times10^3\,psi$
$\delta_T)_{al} - \delta_c)_{al} = 0.02\,in + \delta_c)_{Br} - \delta_T)_{Br}$
$\Delta L)_{al} = 0.02\,in + (86.846\times10^3)(388.888\times10^{-9})\,in - 36.288\times10^{-3}\,in$
$\Delta L)_{al} = 17.4818\times10^{-3}\,in$


P = 600 lb
4 in
2 in
2 in
4 in
5 in
$E_{ac} = 29 \times 10^6$ psi
$A_{ac} = (1/2\text{ in})(1/4)\text{ in}$
$A_{ac} = 1/8\text{ in}^2$
$\sum M_C = 0$
$-600(4\text{ in}) + F_{DE}(2\text{ in}) = 0$
$F_{DE} = 1200$ lb
$\sum M_D = 0$
$-600(6\text{ in}) + F_{BC}(2\text{ in}) = 0$
$F_{BC} = 1800$ lb
$\delta_D = 1.65 \times 10^{-3}$ in
$\delta_C = 1.98 \times 10^{-3}$ in
$\frac{\delta_A}{8\text{ in}} = \frac{\delta_D}{2\text{ in}} = \frac{1.65 \times 10^{-3}\text{ in}}{2\text{ in}}$
$\delta_A = 6.620 \times 10^{-3}$ in

Instituto Tecnológico de Celaya

Departamento de Ciencias Básicas

PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS 2DO PARCIAL

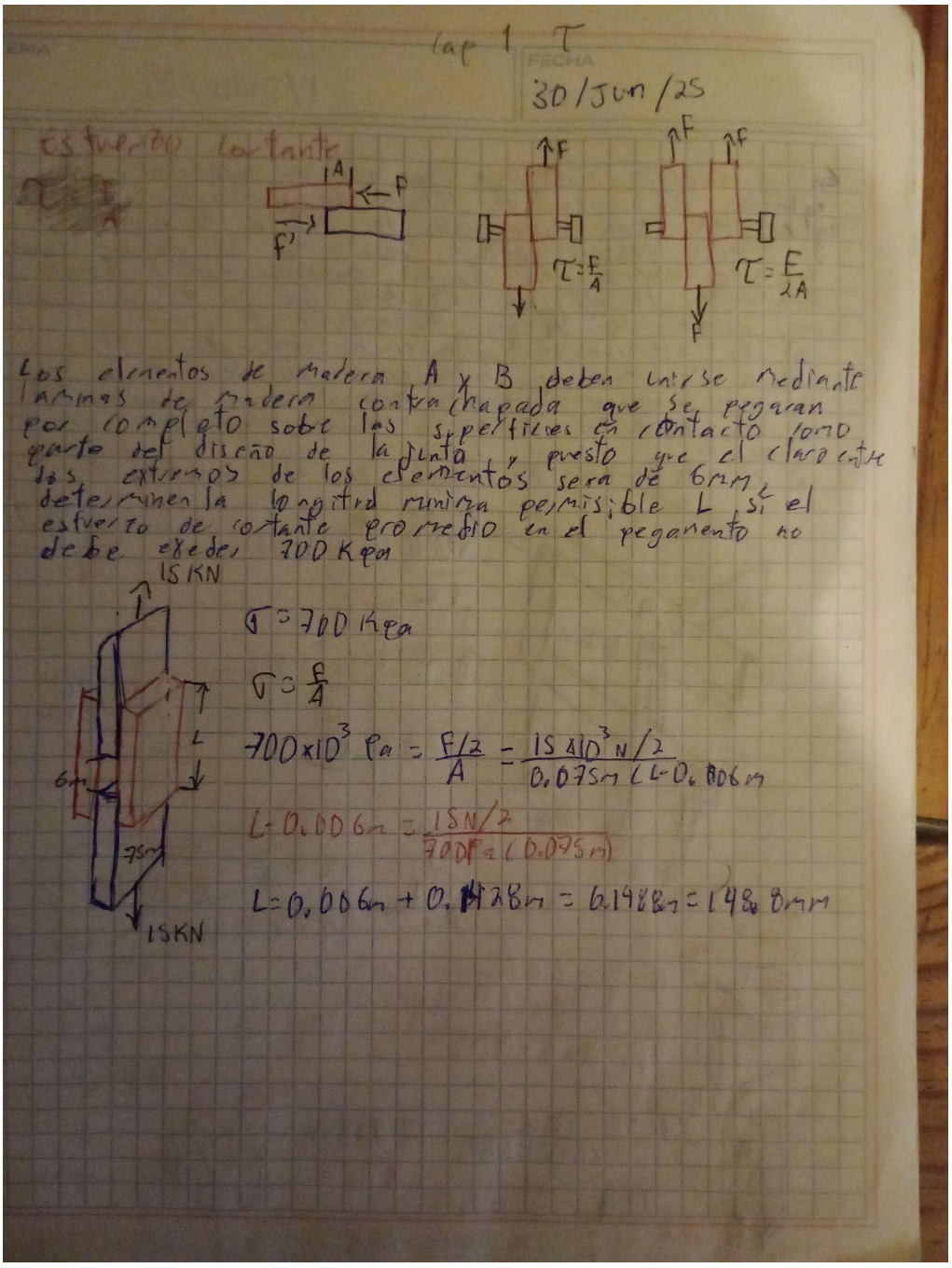
NOMBRE DE LA MATERIA: MECÁNICA DE MATERIALES

NOMBRE DEL ALUMNO: RAMÍREZ BUSTOS SAUL

ESPECIALIDAD: MECATRONICA

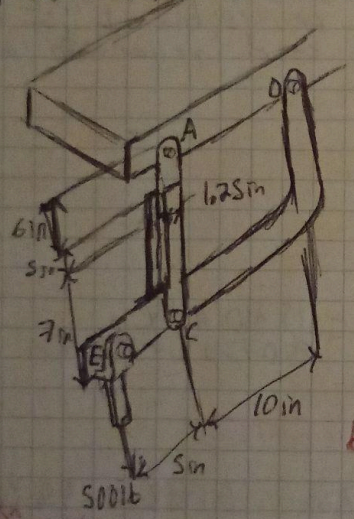
NOMBRE DEL DOCENTE: EFRÉN ARRIAGA GONZÁLEZ

APUNTES


Cap 1 T
30/Jun/25
Esfuerzo cortante
A
P
F'
F
F
F
F
$\tau = \frac{F}{A}$
$\tau = \frac{F}{2A}$
Los elementos de madera A y B deben unirse mediante láminas de madera contrachapada que se pegaran por completo sobre las superficies en contacto como parte del diseño de la junta, puesto que el claro entre los extremos de los elementos será de 6mm, determinen la longitud mínima permisible L si el esfuerzo de cortante promedio en el pegamento no debe exceder 700 Kpa
15 KN
6m
L
75m
15KN
$\sigma = 700$ Kpa
$\sigma = \frac{F}{A}$
700×10^3 Pa $= \frac{F/2}{A} = \frac{15 \times 10^3 N/2}{0.075m (L - 0.006m)}$
$L - 0.006m = \frac{15N/2}{700Pa (0.075m)}$
$L = 0.006m + 0.142857m = 0.148857m = 148.857mm$

1/Julio/25

En el soporte mostrado la porción superior del eslabon ABC es de 3/8 in de grueso y las porciones interiores son cada uno de 1/4 in de grueso. Se utiliza resina epoxica para unir la porción superior con la inferior en B. El pasador en A tiene un diametro de 3/8 in mientras que en C se emplea un pasador de 1/4 in. Determine
a) el esfuerzo cortante en el pasador A
b) el esfuerzo cortante en el pasador C
c) el maximo esfuerzo normal en el eslabon ABC
d) el esfuerzo cortante en las superficies pegadas en B
e) el esfuerzo de apoyo en el eslabon C

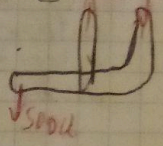


$\circlearrowleft \sum M_D = 0$

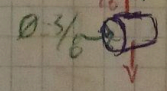
$500\,lb(15in) - F_{AC}(10in) = 0$

$F_{AC} = 750\,lb$

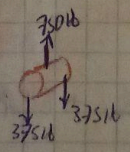
$F_D = 250\,lb$



c) $\tau = \frac{F}{A} = \frac{750\,lb}{\frac{\pi}{4}(3/8\,in)^2} = 6790.61\,psi \approx 6.79\,Kpsi$

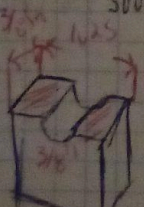


b)



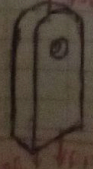
$\tau = \frac{F_A/2}{A} = \frac{375\,lb}{\frac{\pi}{4}(\frac{3}{8}\,in)^2}$

$\tau = 7.63\,Kpsi$



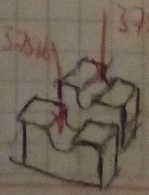
$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{750\,lb}{(\frac{3}{8}")(1.25" - 3/8")}$

$\sigma_{AC} = 2.85\,Kpsi$



$\tau = \frac{F}{A} = \frac{375\,lb}{(1.25")(1.75")} = 171.428\,psi$

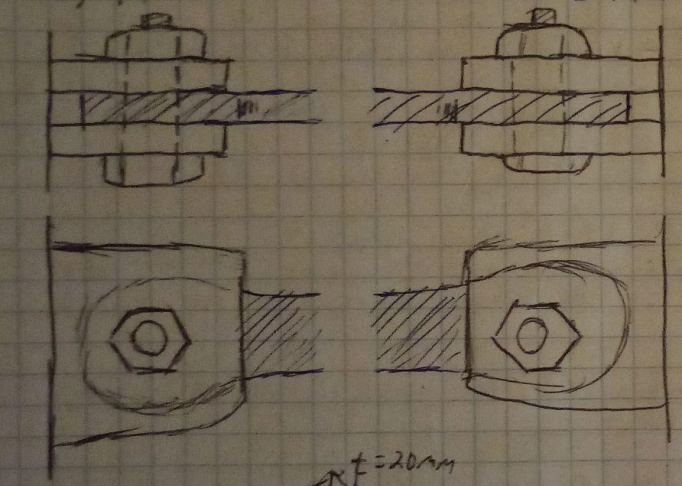
$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{375\,lb}{(\frac{1}{4}")(1/4")} = 6\,Kpsi$



$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{375}{(1.25" - \frac{1}{4}")(1/4")} = 1.5\,Kpsi$

La barra de sujeción de acero que se muestra a de diseñarse para soportar una fuerza de tracción de 120KN cuando se asegure con pasadores entre ménsulas dobles en A y de B. la barra se fabricara de placa de 20mm de espesor para el grado de acero que se usa los esfuerzos maximos permisibles son: $\sigma = 175 MPa$ $\tau = 100 MPa$ y $\sigma_B = 350 MPa$. Diseñe la barra de sujeción determinando los valores requeridos para

a) el diametro del pasador
b) la dimension b, en cada extremo de la barra
c) la dimension h de la barra

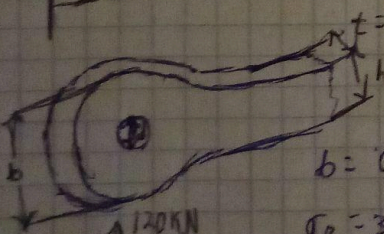


c)

$$\sigma = \frac{F}{t(h)} = \frac{120}{(0.020)h}$$

$$175 = \frac{120}{0.020\,h}$$

$$h = \frac{120}{175(0.020)} = 34.3mm$$

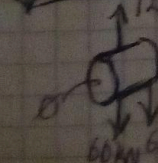


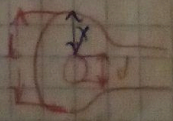
$$b = \sigma = \frac{f}{A}$$

$$\sigma_B = 350 \times 10^6 pa$$

$$\sigma_{perm} = 175 \times 10^6 pa$$

$$\sigma = \frac{F/2}{A} = 175 \times 10^6 pa = \frac{60 \times 10^3 N}{(6.02m)x} \therefore x = 17.14mm$$





$$b = 2x + d$$

$$b = 2(17.14mm) + 27mm$$

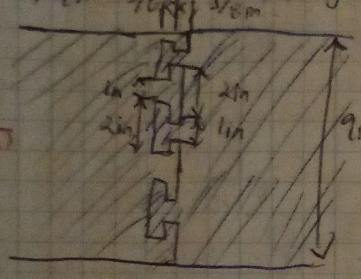
$$b = 61.28mm$$

$$\tau = \frac{F}{A}$$

$$100MPa = \frac{60KN}{\frac{\pi}{4}d^2}$$

$$\frac{\pi}{4}d^2 = \frac{60}{100MPa} \rightarrow d = \sqrt{\frac{60KN}{100MPa(\frac{\pi}{4})}} = 27mm$$

Dos placas de madera, cada una de 1/2 in de espesor y 9in de ancho están unidas por el ensamble pegado de mortaja que se muestra en la figura si se sabe que la junta fallará a lo largo de su grano cuando el esfuerzo cortante promedio en el pegamento alcance 1.02 ksi, determine la magnitud P de la carga axial que causará una falla en la junta



$\tau = 1.02 \times 10^3$ psi

$P = ?$

$A = (5/8\,in)(1/2\,in) = 15/4\,in^2$

$\tau = \frac{P}{A} \rightarrow P = \tau \cdot A$

$P = (1.02 \times 10^3\ psi)(15/4)\,in^2 = 4500\ lb$

investigar el factor de seguridad

TEMA FECHA

Carga permisible y esfuerzo permisible o factor de seguridad

La carga máxima que puede soportar un elemento estructural o un componente de maquinaria en condiciones normales de uso es considerablemente más pequeña que la carga última. Esta carga más pequeña se conoce como la carga permisible y en ocasiones como la carga de trabajo o carga de diseño. Así, solo una fracción de la capacidad de la carga última de carga del elemento se utiliza cuando se aplica la carga permisible. El remanente de la capacidad portadora de carga del elemento se mantiene en reserva para asegurar su desempeño seguro. La razón de la carga última a la carga permisible se emplea para definir el factor de seguridad. se tiene que

$$\text{Factor de seguridad} = \text{f.S.} = \frac{\text{carga última}}{\text{carga permisible}}$$

una definición alterna del factor de seguridad se basa en el uso de esfuerzos

$$\text{factor de seguridad} = \text{f.S.} = \frac{\text{esfuerzo último}}{\text{esfuerzo permisible}}$$

2/Julio/25

TORSION

$\tau = \frac{Mc}{J}$

$J = \frac{1}{2}\pi r^4$

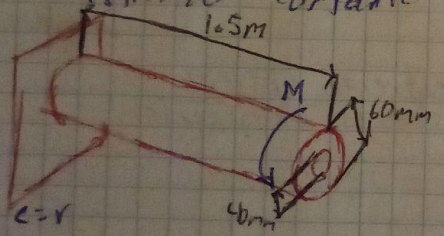
$\frac{\tau_{min}}{c_1} = \frac{\tau_{max}}{c_2}$

$J = \frac{1}{2}\pi (r_2^4 - r_1^4)$

Un eje cilíndrico hueco de acero mide 1.5m de longitud y tiene diametros interior y exterior iguales a 40mm y 60mm respectivamente

a) ¿Cual es el maximo par de torsion que puede aplicarse al eje si el esfuerzo cortante no debe exceder 120 MPa?

b) ¿Cual es el valor minimo correspondiente del esfuerzo cortante de eje?



a) $\tau = \frac{Mc}{J}$

$M = \frac{\tau J}{c}$

$J = \frac{1}{2}\pi[(0.03m)^4 - (0.02)^4]$

$J = 1.021 \times 10^{-6} m^4$

$M = \frac{(120 \times 10^6 Pa)(1.021 \times 10^{-6} m^4)}{(0.03m)}$

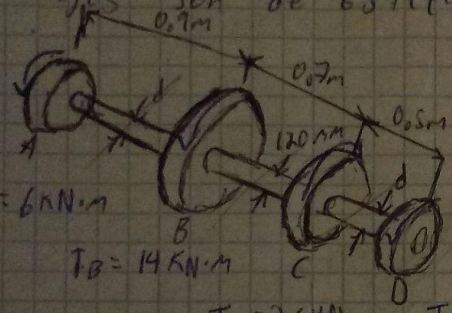
$M = 4084.07 Nm$

b) τ_{min}

$\frac{\tau_{min}}{r_{min}} = \frac{\tau_{max}}{r_{max}}$

$\tau_{min} = 120 MPa \cdot \frac{0.02m}{0.03m} = 80 MPa$

El eje BC es hueco y tiene diámetros interior y exterior de 90 mm y 120 mm respectivamente. Los ejes AB y CD son sólidos y de diámetro D. Para la carga mostrada en la figura determine
a) los esfuerzos cortantes máximo y mínimo en el eje BC
b) el diámetro D requerido en los ejes AB y CD si los esfuerzos cortantes permisibles en estos ejes son de 65 MPa



$T_A = 6\,KN\cdot m$

$T_B = 14\,KN\cdot m$

$T_C = 26\,KN\cdot m$ $T_D = 6\,KN\cdot m$

$\tau = \frac{Mc}{J}$

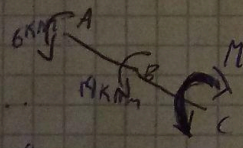
$65\,MPa = \frac{(6\,KN\cdot m)\,c}{\frac{\pi}{2}c^4}$

$c = 38.9\times10^{-3}\,m$

$d = 2c = 2.138.9\,mm)$

$d = 77.8\,mm$

a) $\tau_{max} = \frac{Mc}{J}$



$J = \frac{1}{2}\pi\left[(0.06m)^4 - (0.045m)^4\right] =$

$J = 1.3916\times10^{-5}\,m^4$

$\tau_{max} = \frac{(20\times10^3\,N\cdot m)(0.06m)}{1.3916\times10^{-5}} = 86.23\times10^6\,Pa$

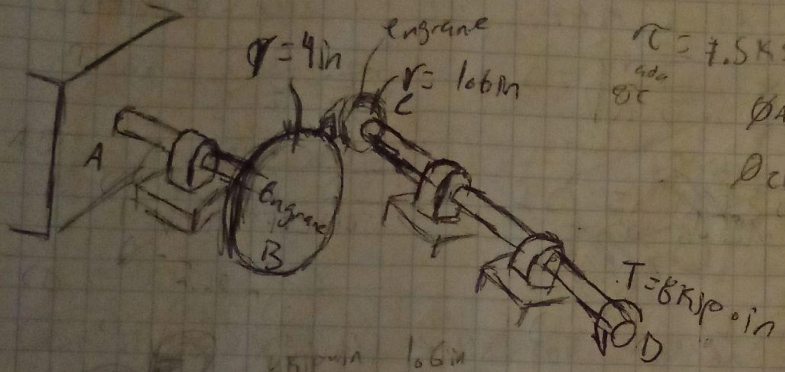
$\frac{\tau_{min}}{0.045} = \frac{86.23\,MPa}{0.06m}$

$\tau_{min} = 64.6737\times10^6\,Pa$

$\tau = \frac{Mr}{J}$

Un par de torsión de magnitud $T = 8\ kip \cdot in$ se aplica en D como se muestra en la figura. Si se sabe que el esfuerzo cortante permisible es de 7.5 ksi con cada eje, determine el diámetro requerido a) del eje AB, b) del eje CD

$1\ kip = 1000\ lbf$



$\tau = 7.5\ ksi$

$\phi_{AB} = ?$

$\theta_{CD} = ?$

$8\ kip = M_{CD}$

$1.6\ in$

$4\ in$

M_{AB}

$\frac{8 \times 10^3\ lb}{1.6\ in} = \frac{M_{AB}}{4\ in}$

$M_{AB} = \frac{8 \times 10^3\ lb\ (4\ in)}{1.6\ in} = 20\ k\ lb$

$\tau = \frac{Mc}{J} = \frac{M_{AB} r_{AB}}{\frac{\pi}{2} r_{AB}^4} \rightarrow \tau = \frac{4 M_{AB}}{\frac{\pi}{2} r^3}$

$r = \left(\frac{4M}{\frac{\pi}{2}\tau}\right)^{1/3}$

$\phi_{AB} = \left[\frac{20 \times 10^3\ lb \cdot in}{\left(\frac{\pi}{2}\right)(7.5 \times 10^3\ psi)}\right]^{1/3}(2) = 2.3658\ in$

$\phi_{CD} = \left(\frac{8 \times 10^3\ lb\ in}{\left(\frac{\pi}{2}\right)(7.5 \times 10^3\ psi)}\right)^{1/3}(2) = 1.7574\ in$

FECHA 4/Julio/2025

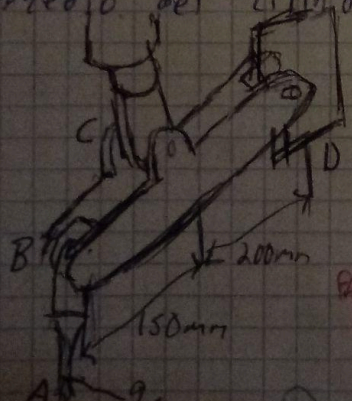
$F.S. = \frac{\text{Esfuerzo final}}{\text{Esfuerzo Admisible}}$ $\quad \frac{\text{Esfuerzo Admisible}}{\text{Esfuerzo aplicado}}$

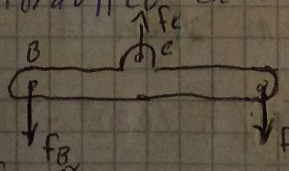
F. S. = 1 El material esta soportando el limite de fuerza de lo que puede

F. S. > 1 El material soporta más de lo que se le esta aplicando

F. S. < 1 El material ya NO soporta lo que se le esta aplicando

La viga rigida BCD esta unida por medio de pernos a una varilla de control en B, a un cilindro hidraulico en C y a un soporte fijo en D. Los diametros de los pernos utilizados son $\emptyset_B = \emptyset_D = 8mm$ y el $\emptyset_C = 12mm$. Cada perno esta hecho de acero con un $\tau_{final} = 300 MPa$. La barra de control AB tiene 9mm de diametro y esta hecha con acero con un σ_{final} a la tencion de 450 MPa. Si el mínimo factor de seguridad debe ser 3.0 para la unidad completa, determinar la maxima fuerza que puede aplicarse por medio del cilindro hidraulico en C





$+\uparrow \sum F_y = 0$

$F_B + F_D = F_C$

$\circlearrowleft \sum M_D = 0$

$F_{AB}(0.35m) = F_C(0.2m)$

$F_{AB} = F_C \frac{0.2}{0.35}$

$\circlearrowleft \sum M_D = 0$

$F_C(0.15m) = F_D(0.35m)$

$F_D = F_C \frac{0.15}{0.35}$

$F.S. = \frac{\sigma_L}{\sigma_{adm}} = 3 \therefore \sigma_{adm} = \frac{\sigma_L}{F.S.}$

$\sigma_{adm} = \frac{450\ Mpa}{3} = 150\ Mpa$

$\sigma_{adm} = \frac{F_{AB}}{A} \therefore F_{AB} = \sigma_{adm} \cdot A$

$F_{AB} = 150 \times 10^6\ pa\ [\frac{\pi}{4} (0.009m)^2]$

$F_{AB} = 9.542\ KN$

$F_c = \frac{0.35}{0.2} (9.542 \times 10^3 N) = 16.69\ KN$

Perno B

$F.S. = \frac{\tau_u}{\tau_{adm}} = 3 \therefore \tau_{adm} = \frac{\tau_u}{F.S}$

$\tau_{adm} = \frac{300\ Mpa}{3} = 100\ Mpa$

$\tau_{adm} = \frac{F_{AB}}{A} \therefore F_{AB} = \tau_{adm} \cdot A$

$F_{AB} = 2(100 \times 10^6\ pa)(\frac{\pi}{4} (0.0080m)^2)$

$F_{AB} = 10.053\ KN$

$F_c = \frac{0.35}{0.2} (10.053 \times 10^3 N) = 17.59\ KN$

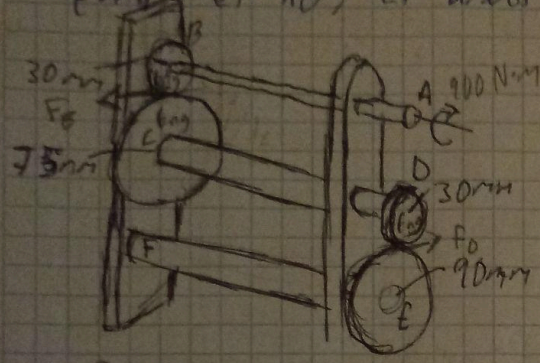
$F_c = 2\ (100 \times 10^6\ pa)(\frac{\pi}{4} (0.012in)^2)$

$F_c = 22.619\ KN$

TEMA

FECHA

Para un tren de engranajes se aplica un momento en el arbol AB de 900 N·m, si el $\tau_{admisible}$ es de 80 Mpa hallar el diametro necesario para el AB, el arbol CD y el arbol EF



$\tau_{adm} = 80 MPa$

$M = F \cdot d \rightarrow F = \frac{M}{d}$

$F_B = \frac{900\ N \cdot m}{0.03\ m} = 30\ kN$

$M_C = (30000\ N)(0.075\ m) = 2250\ N \cdot m$

$M_C = M_D$

$M_D = F \cdot d \rightarrow F_D = \frac{2250\ N \cdot m}{0.03\ m} = 75000\ N$

$M_E = (75000\ N)(0.09\ m) = 6750\ N \cdot m$

AB

$80 \times 10^6\ Pa = \frac{(900\ N \cdot m)\frac{\pi}{2}}{r^3} \rightarrow \phi_{AB} = 2r = 38.55\ mm$

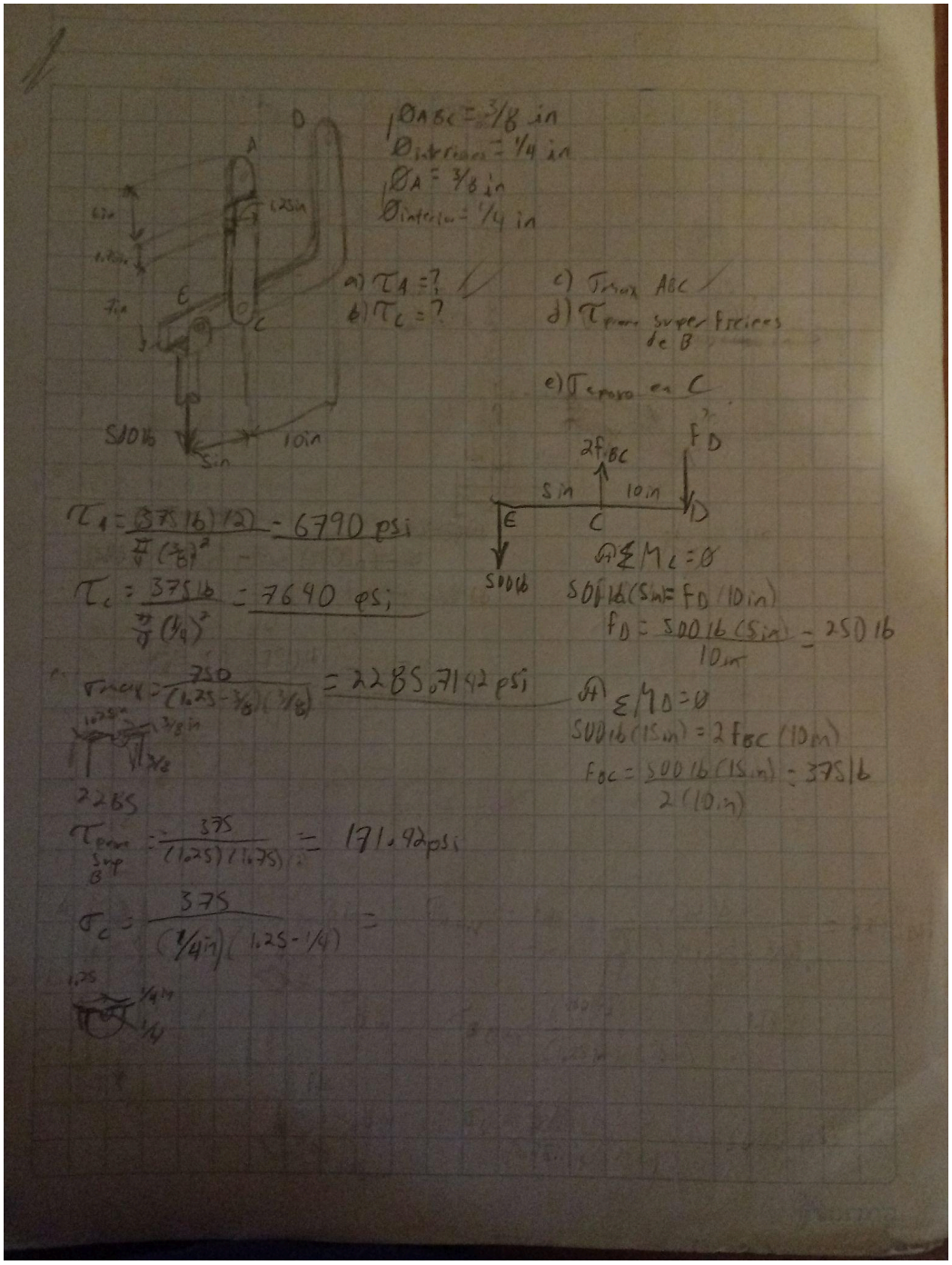
CD

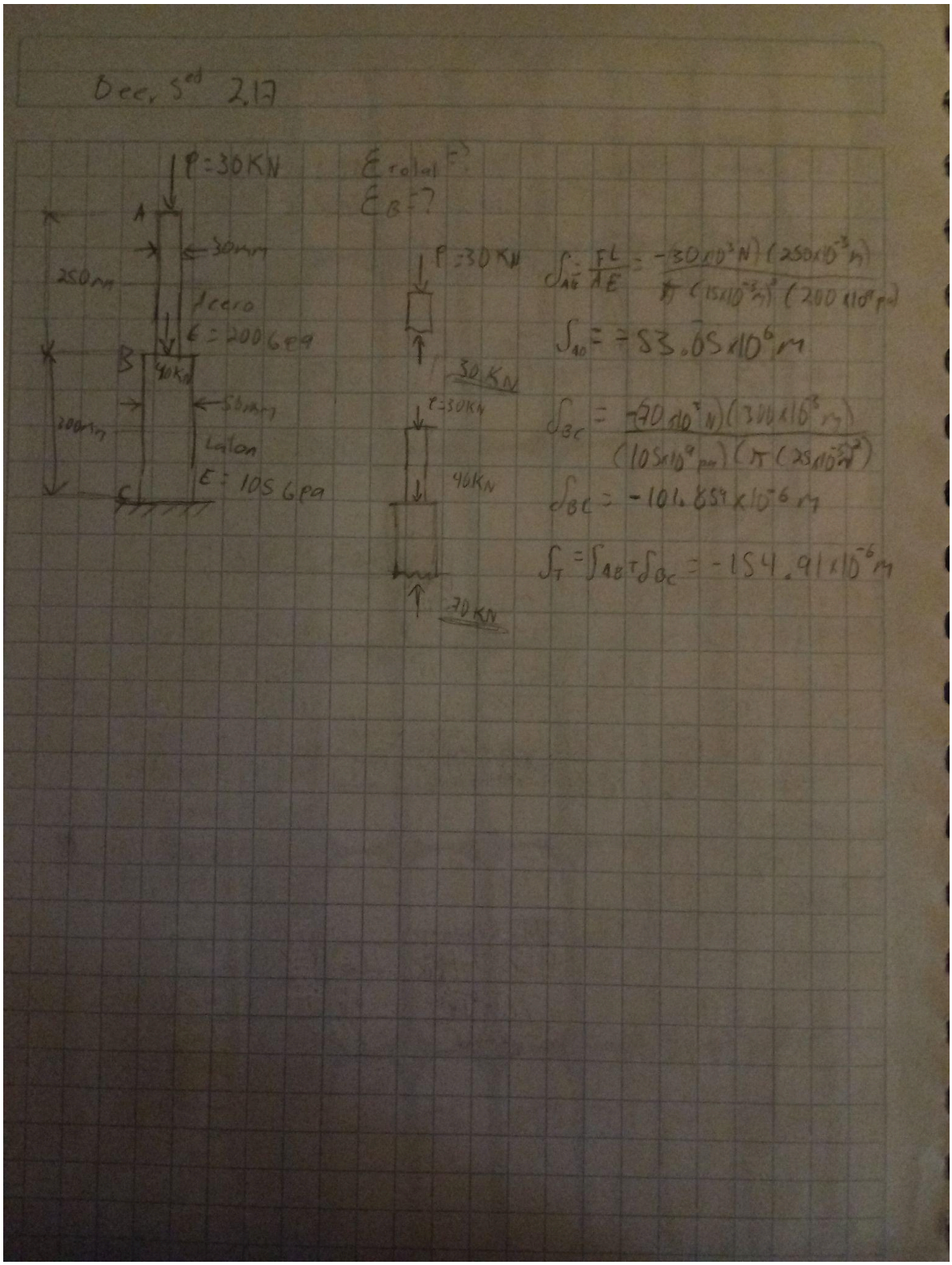
$80 \times 10^6\ Pa = \frac{(2250\ N \cdot m)\frac{\pi}{2}}{r^3} \rightarrow \phi_{CD} = 2r = 52.32\ mm$

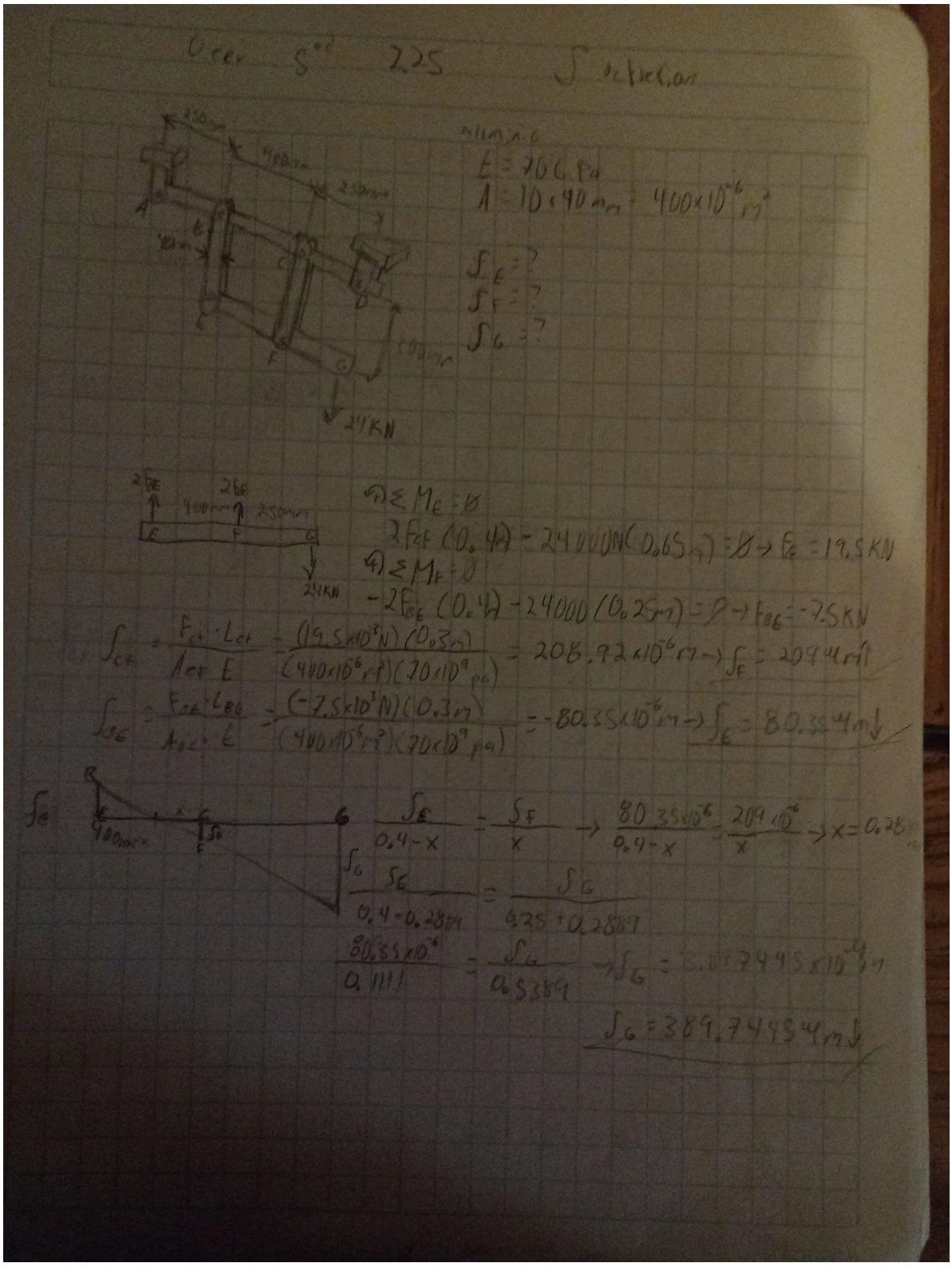
EF

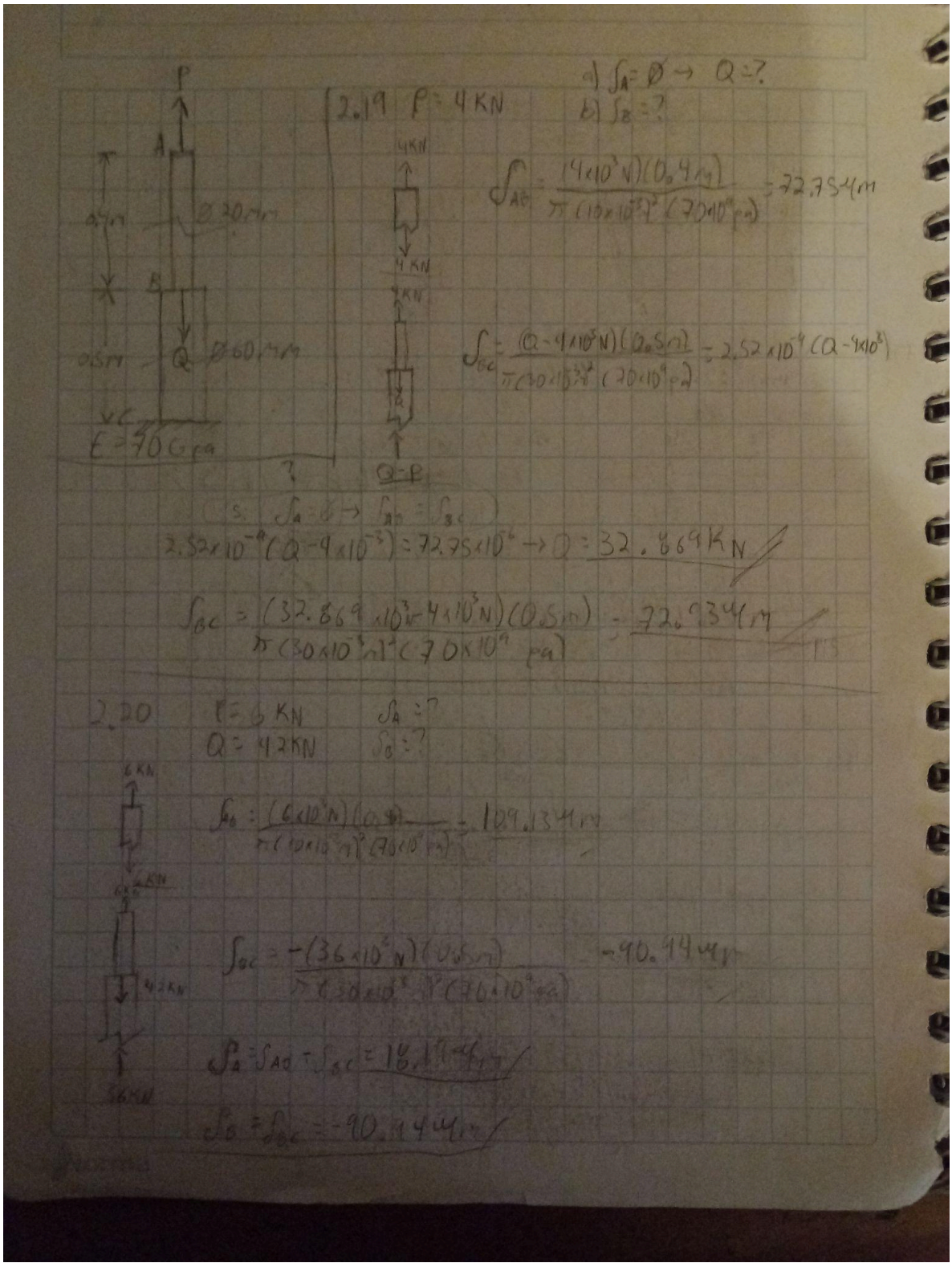
$80 \times 10^6\ Pa = \frac{(6750\ N \cdot m)\frac{\pi}{2}}{r^3} \rightarrow \phi_{EF} = 2r = 75.46\ mm$

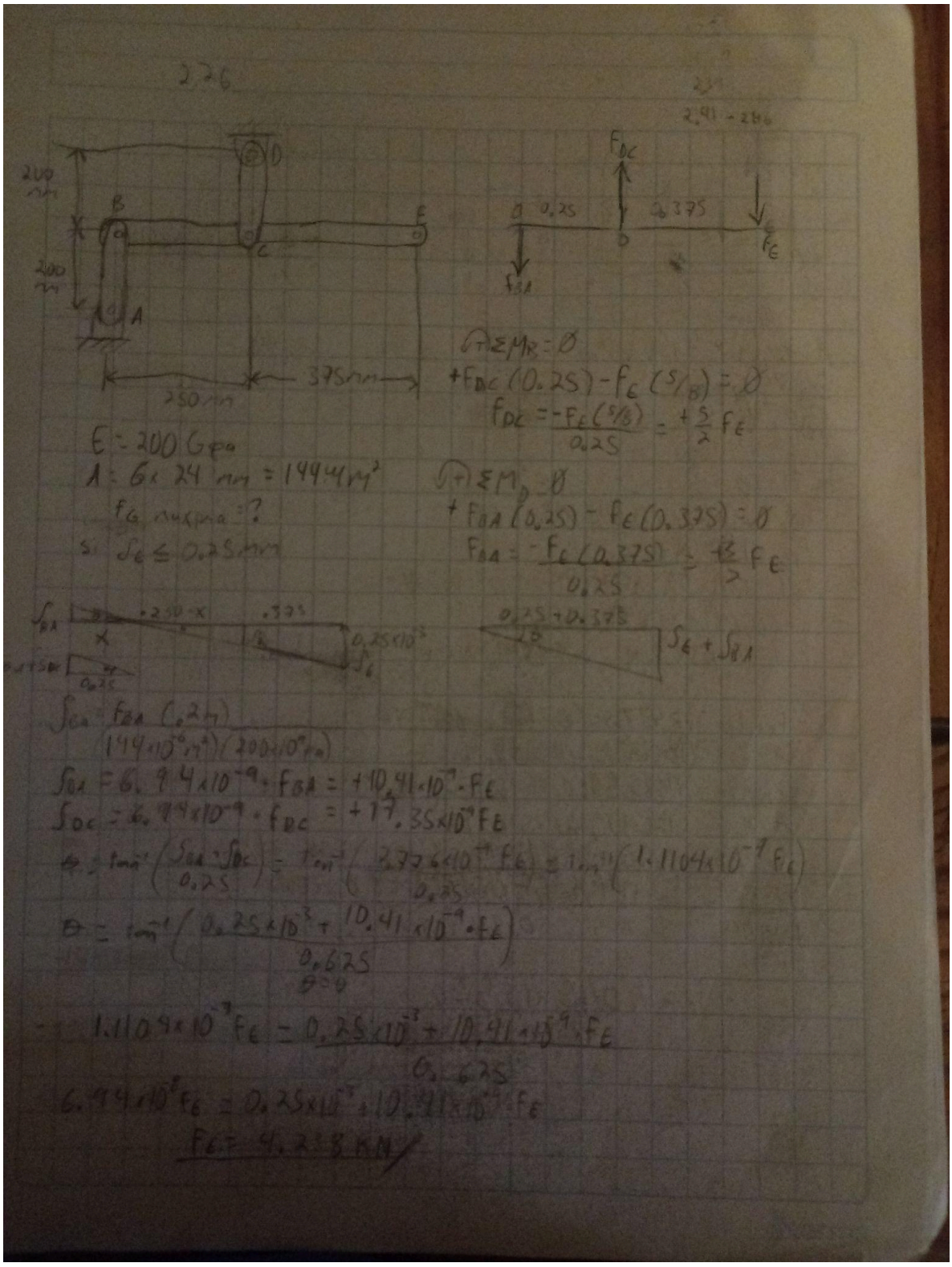
EJERCICIOS DE PRACTICA



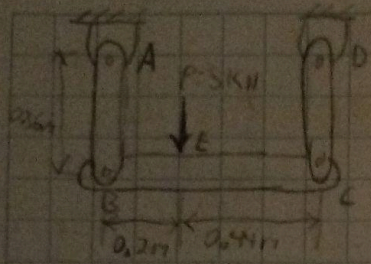

Dec, 5th 2.17
P=30KN
A
30mm
250mm
Acero
E=200GPa
B
40KN
50mm
200mm
Laton
E=105 GPa
C
P=30KN
30KN
P=30KN
40KN
30KN

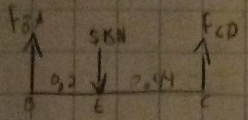

E = 70 GPa
A = 10 x 40 mm = 400x10⁻⁶ m²
24 KN
2FCE
2FEG
24 KN
ΣME = 0
2FCE (0.4) - 24000N (0.25m) = 0 → FCE = 19.5 KN
ΣMF = 0
-2FEG (0.4) - 24000 (0.25m) = 0 → FEG = -7.5 KN
δCE = FCE·LCE / ACE E = (19.5x10³N)(0.3m) / (400x10⁻⁶m²)(70x10⁹ Pa) = 208.92x10⁻⁶m → δE = 209 μm↑
δEG = FEG·LEG / AEG E = (-7.5x10³N)(0.3m) / (400x10⁻⁶m²)(70x10⁹ Pa) = -80.35x10⁻⁶m → δE = 80.35 μm↓
δE / 0.4 - x = δF / x → 80.35x10⁻⁶ / 0.4 - x = 209x10⁻⁶ / x → x = 0.28
δG / 0.25 + 0.2857 = δE / 0.4 - 0.2857
80.35x10⁻⁶ / 0.1111 = δG / 0.5357 → δG = 389.7445 μm↓

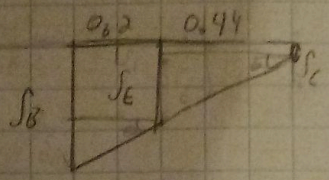

P
A
Ø 20 mm
0.4 m
B
0.5 m
Q
Ø 60 mm
E = 70 GPa
4 KN
4 KN
4 KN
Q = P
2.19 P = 4 KN
a) δA = 0 → Q = ?
b) δB = ?
δA = δAB + δBC = 0
2.52 x 10^-9 (Q - 4 x 10^3) = 72.75 x 10^-6 → Q = 32.869 KN
δBC = 72.934 mm
2.20
E = 6 KN
Q = 42 KN
δA = ?
δB = ?
6 KN
42 KN
36 KN
δA = δAB + δBC = 18.84 mm
δB = δBC = -90.944 mm


2.26
200 mm
200 mm
B
D
C
E
A
250 mm
375 mm
E = 200 GPa
A = 6(24 mm) = 1444 mm²
F_E máxima = ?
$\delta_E \leq 0.25$ mm
F_{DC}
F_{BA}
0.25
0.375
F_E
$\curvearrowleft \Sigma M_B = 0$
$+F_{DC}(0.25) - F_E(5/8) = 0$
$F_{DC} = \frac{-F_E(5/8)}{0.25} = +\frac{5}{2}F_E$
$\curvearrowleft \Sigma M_D = 0$
$+F_{BA}(0.25) - F_E(0.375) = 0$
$F_{BA} = \frac{-F_E(0.375)}{0.25} = +\frac{3}{2}F_E$
δ_{BA}
0.250 − x
0.375
0.25×10^{-3}
δ_E
$\delta_E + \delta_{BA}$
$\delta_{BA} = \frac{F_{BA}(0.24)}{(1444\times10^{-6}\ m^2)(200\times10^9\ Pa)}$
$\delta_{BA} = 6.94\times10^{-9} \cdot F_{BA} = +10.41\times10^{-9} \cdot F_E$
$\delta_{DC} = 6.94\times10^{-9} \cdot F_{DC} = +17.35\times10^{-9} F_E$
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\delta_{BA} + \delta_{DC}}{0.25}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{27.76\times10^{-9} F_E}{0.25}\right) = \tan^{-1}(1.1104\times10^{-7} F_E)$
$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.25\times10^{-3} + 10.41\times10^{-9} \cdot F_E}{0.625}\right)$
$\theta = 0$
$1.1109\times10^{-7} F_E = \frac{0.25\times10^{-3} + 10.41\times10^{-9} \cdot F_E}{0.625}$
$6.94\times10^{-8} F_E = 0.25\times10^{-3} + 10.41\times10^{-9} F_E$
$F_E = 4.238$ kN

2.27







$A = 125\,mm^2 = 125\times10^{-6}\,m$

$E = 75\,GPa$

$\delta_E = ?$

$\circlearrowleft +\Sigma M_B = 0$

$-5\times10^3(0.2) + F_{CD}(0.64) = 0$

$F_{CD} = 1562.5\,N$

$\circlearrowleft +\Sigma M_C = 0$

$-F_{BA}(0.64) - 5\times10^3(0.44) = 0$

$F_{BA} = 3437.5\,N$

$$\delta_B = \frac{F_{BA}L_{BA}}{A\cdot E} = \frac{(3437.5\,N)(0.36\,m)}{(125\times10^{-6}\,m^2)(75\times10^9)} = 132\times10^{-6}\,m$$

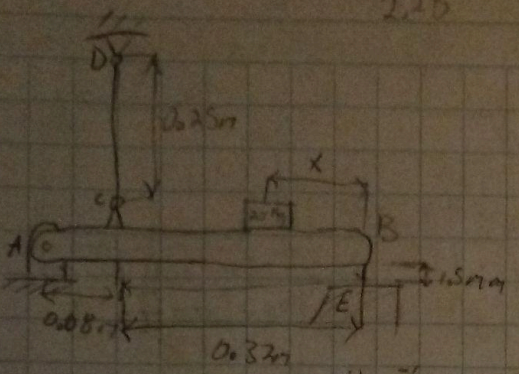
$$\delta_C = \frac{F_{CD}\cdot L_{CD}}{A\cdot E} = \frac{(1562.5\,N)(0.36\,m)}{(125\times10^{-6}\,m^2)(75\times10^9)} = 60\times10^{-6}\,m$$

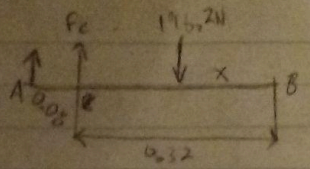
$$\frac{\delta_E-\delta_C}{0.44} = \frac{\delta_B-\delta_E}{0.2} \rightarrow \frac{\delta_E-60\times10^{-6}}{0.44} = \frac{132\times10^{-6}-\delta_E}{0.2}$$

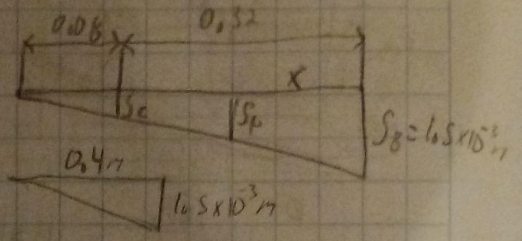
$$\delta_E = 1.095\times10^{-4}\,m$$

20 Kg → 196.2 N

2.28







$\phi_{CD} \rightarrow \phi = 2mm \rightarrow A = 3.14 \times 10^{-6} m^2$

$E = 200\ GPa$

$\delta_c = \frac{F_{CD}(0.25m)}{3.14 \times 10^{-6} m^2 \cdot 200 \times 10^9 Pa}$

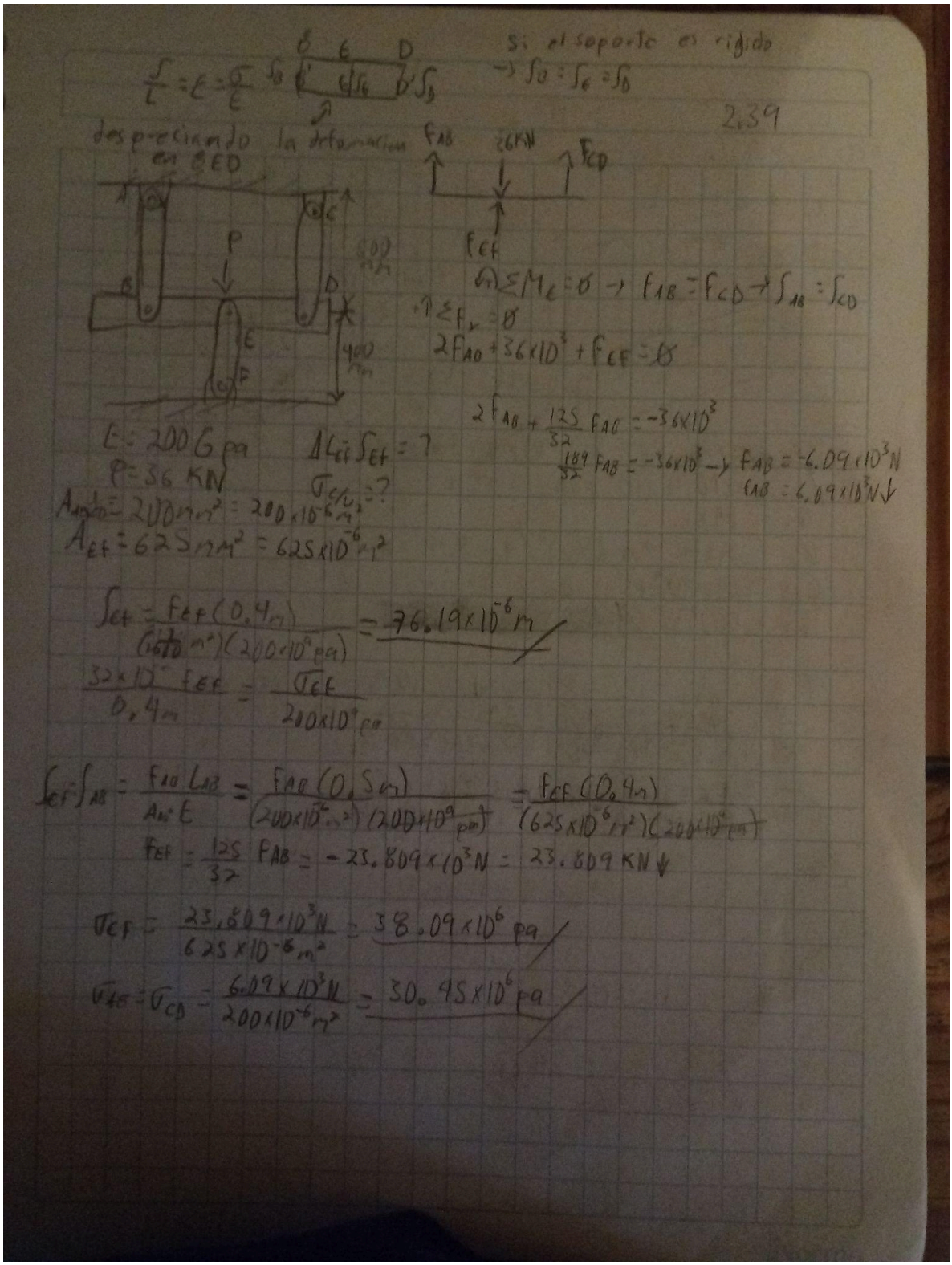
$\delta_c = 397.88 \times 10^{-9}$ $F_{CD} = 300 \times 10^{-6} m \rightarrow F_{CD} = 753.99 N$

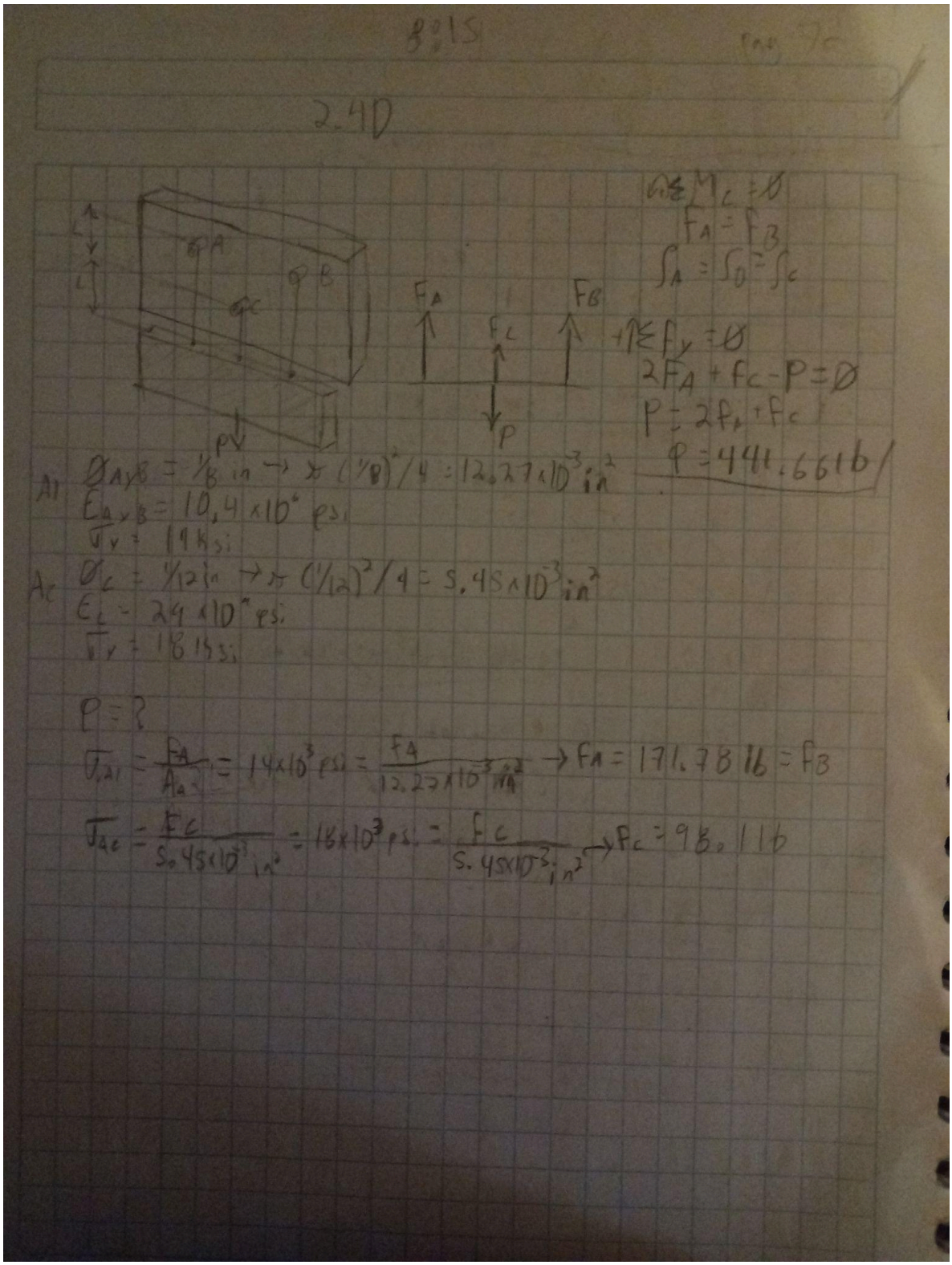
$\frac{1.5 \times 10^{-3}}{0.4} = \frac{\delta_c}{0.08} \rightarrow \delta_c = 300 \times 10^{-6} m$

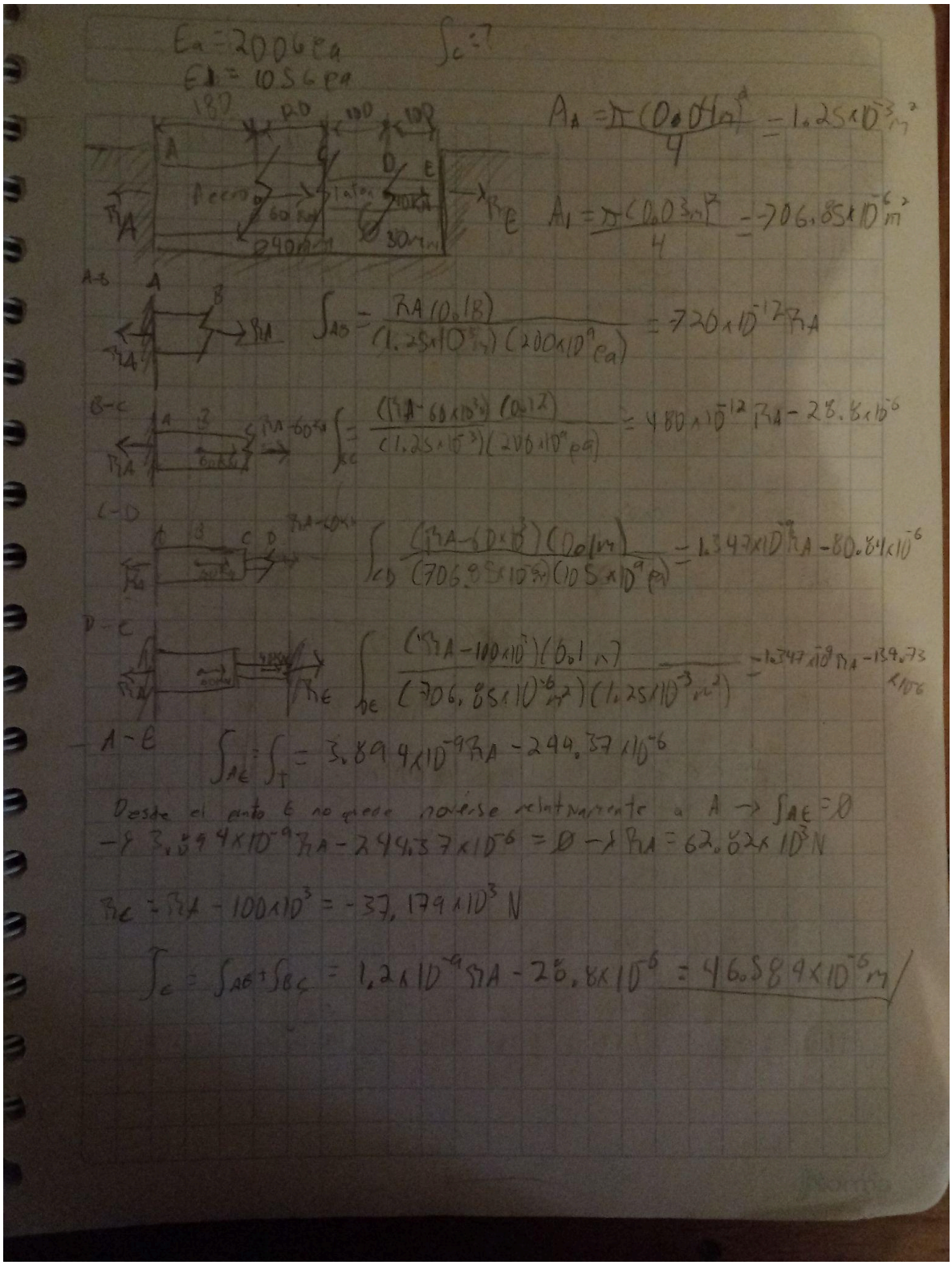
$\circlearrowleft \sum M_A = 0$

$F_{CD}(0.08m) - 196.2N(0.08 + 0.32 - x) = 0 \rightarrow x = 0.09256m$

$x = 92.56mm$


Si el soporte es rígido
2.39
despreciando la deformación en BED
P
A
B
C
D
E
F
400 mm
E = 200 GPa
P = 36 KN
Área = 200 mm²
A_EF = 625 mm²
Δ_C = ?
σ_CD = ?
F_AB
36 KN
F_CD
F_EF
2F_AB + 36x10³ + F_EF = 0
2F_AB + 125/32 F_AB = -36x10³
F_AB = -6.09x10³ N
6.09x10³ N ↓
δ_EF = 76.19x10⁻⁶ m
F_EF = 23.809x10³ N = 23.809 KN ↓
σ_EF = 38.09x10⁶ Pa
σ_EF = σ_CD = 30.95x10⁶ Pa


B = 1S
2.4D
ΣMc = 0
FA = FB
σA = σB = σc
FA
FB
Fc
P
+↑ΣFy = 0
2FA + Fc - P = 0
P = 2FA + Fc
P = 441.66 lb
Al
ØA,B = 1/8 in → π(1/8)²/4 = 12.27x10⁻³ in²
EA,B = 10.4x10⁶ psi
σy = 19 ksi
Ac
Øc = 1/12 in → π(1/12)²/4 = 5.45x10⁻³ in²
Ec = 24x10⁶ psi
σy = 18 ksi
P = ?
σAl = FA/AAl = 14x10³ psi = FA/12.27x10⁻³ in² → FA = 171.78 lb = FB
σAc = Fc/5.45x10⁻³ in² = 18x10³ psi = Fc/5.45x10⁻³ in² → Fc = 98.1 lb



$$A_A = \frac{\pi (0.04\,m)^2}{4} = 1.25\times10^{-3}\,m^2$$

$$A_1 = \frac{\pi (0.03\,m)^2}{4} = 706.85\times10^{-6}\,m^2$$

$$\delta_{AB} = \frac{R_A (0.18)}{(1.25\times10^{-3}\,m^2)(200\times10^{9}\,Pa)} = 720\times10^{-12} R_A$$

$$\delta_{BC} = \frac{(R_A - 60\times10^{3})(0.12)}{(1.25\times10^{-3})(200\times10^{9}\,Pa)} = 480\times10^{-12} R_A - 28.8\times10^{-6}$$

$$\delta_{CD} = \frac{(R_A - 60\times10^{3})(0.6\,m)}{(706.85\times10^{-6}\,m^2)(105\times10^{9}\,Pa)} = 1.347\times10^{-9} R_A - 80.84\times10^{-6}$$

$$\delta_{DE} = \frac{(R_A - 100\times10^{3})(0.1\,m)}{(706.85\times10^{-6}\,m^2)(1.25\times10^{-3}\,m^2)} = 1.347\times10^{-9} R_A - 139.73\times10^{-6}$$

$$\delta_{AE} = \delta_T = 3.894\times10^{-9} R_A - 249.37\times10^{-6}$$

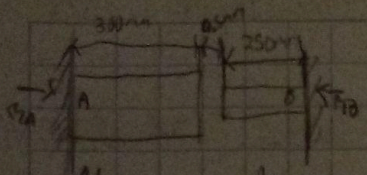
Desde el punto E no puede moverse relativamente a A $\rightarrow \delta_{AE} = 0$

$$3.894\times10^{-9} R_A - 249.37\times10^{-6} = 0 \rightarrow R_A = 62.626\times10^{3}\,N$$

$$R_C = R_A - 100\times10^{3} = -37.179\times10^{3}\,N$$

$$\delta_C = \delta_{AB} + \delta_{BC} = 1.2\times10^{-9} R_A - 28.8\times10^{-6} = 46.589\times10^{-6}\,m$$

2.60



Al
$A = 2000\ mm^2$
$E = 75\ GPa$
$\alpha = 23\times10^{-6}/°C$

Ac
$A = 800\ mm^2$
$E = 190\ GPa$
$\alpha = 17.3\times10^{-6}/°C$

$\Delta T = 140 - 20 = 120°C$

$\delta_{AlT} = (23\times10^{-6}/°C)(120°C)(300\times10^{-3}\ m)$
$\delta_{Al} = 828\times10^{-6}\ m$

$\delta_{AcT} = (17.3\times10^{-6}/°C)(120°C)(250\times10^{-3}\ m)$
$\delta_{Ac} = 519\times10^{-6}\ m$

$\delta_{T_{tot}} = \delta_{Al} + \delta_{Ac} = 1.347\times10^{-3}\ m$

$\delta_{Al}^{c} = \frac{R_B (300\times10^{-3}\ m)}{(2000\times10^{-6}\ m^2)(75\times10^{9}\ pa)} = 2\times10^{-9} R_B$

$\delta_{Ac}^{c} = \frac{R_B (250\times10^{-3}\ m)}{(800\times10^{-6}\ m^2)(190\times10^{9}\ pa)} = 1.64\times10^{-9} R_B$

$\delta_{c_{tot}} = \delta_{Al_c} + \delta_{Ac_c} = 2\times10^{-9} R_B + 1.64\times10^{-9} R_B$

$\delta_{T_{tot}} + \delta_{c_{tot}} = 0.5\times10^{-3} \rightarrow \delta_{T_{tot}} - 0.5\times10^{-3} = \delta_{c_{tot}}$

$8.47\times10^{-4} = 3.64\times10^{-9} R_B \rightarrow R_B = 232.69\times10^{3} = R_A$

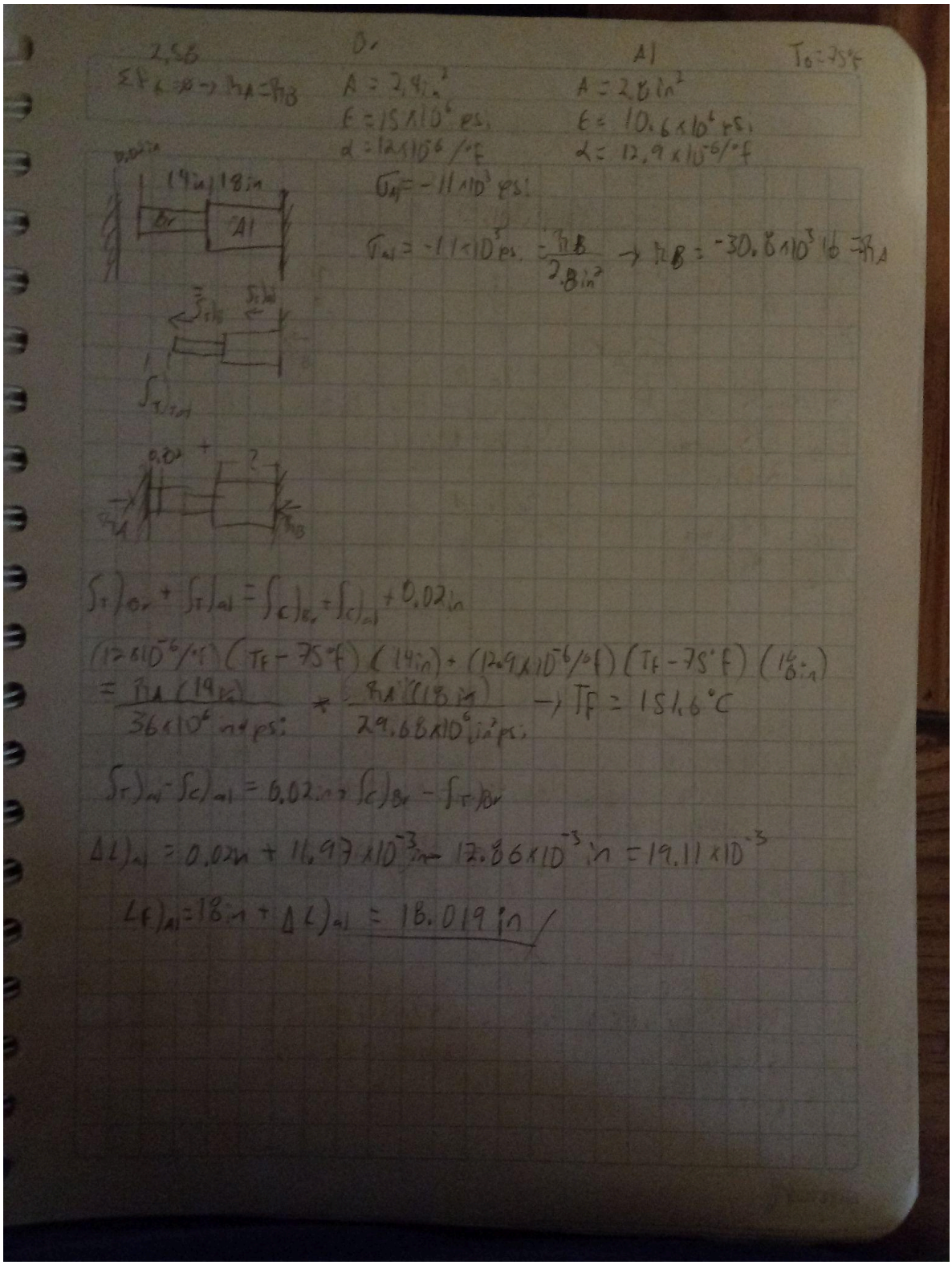
$\sigma_{Al} = \frac{232.69\times10^{3}\ N}{(2000\times10^{-6})\ m^2} = 116.346\times10^{6}\ pa$

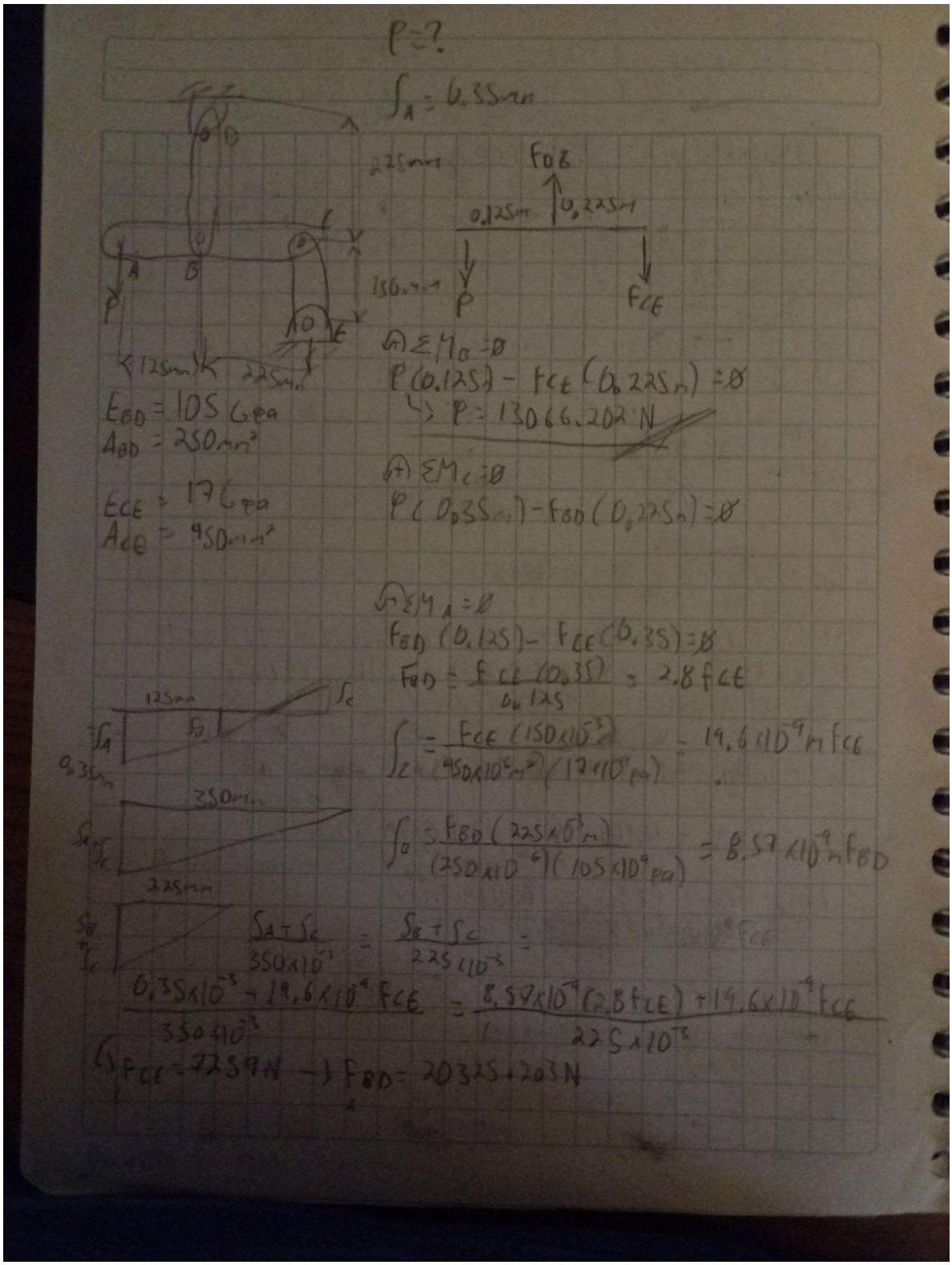
$\sigma_{Ac} = \frac{232.69\times10^{3}\ N}{800\times10^{-6}\ m^2} = 290\times10^{6}\ pa$

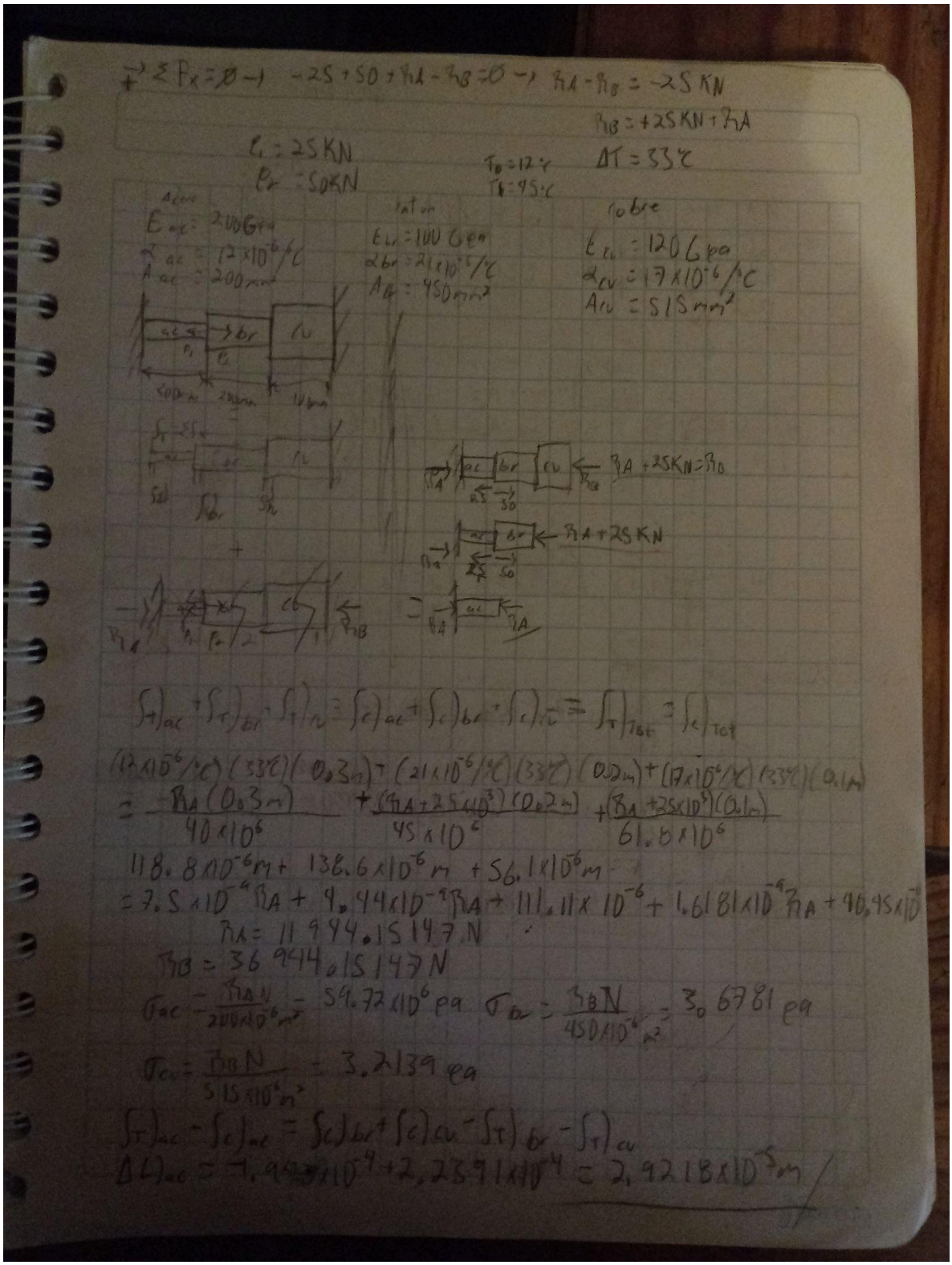
$\delta_{T_{Al}} + \delta_{T_{Ac}} - 0.5\times10^{-3} = \delta_{c_{Al}} + \delta_{c_{Ac}}$

$(\delta_T)_{Al} - \delta_{c_{Al}} = 0.5\times10^{-3} + \delta_{c_{Ac}} - \delta_{T_{Ac}}$

$(\Delta L)_{Al} = 0.5\times10^{-3} + 1.64\times10^{-9}(232.69\times10^{3}) - 519\times10^{-6}\ m = 3.62\times10^{-4}\ m$


2.5G
Σ F_x = 0 → R_A = R_B
A = 2.9 in²
E = 15 x 10⁶ psi
α = 12 x 10⁻⁶ /°F
σ_Br = -11 x 10³ psi
Al
A = 2.8 in²
E = 10.6 x 10⁶ psi
α = 12.9 x 10⁻⁶ /°F
T_0 = 75°F
19 in
18 in
Br
Al
0.02 in
?
R_A
R_B
δ_T)_Br + δ_T)_Al = δ_C)_Br = δ_C)_Al + 0.02 in
(12 x 10⁻⁶/°F)(T_F - 75°F)(14 in) + (12.9 x 10⁻⁶/°F)(T_F - 75°F)(18 in)
= R_A (19 in) / (36 x 10⁶ in psi) + R_A (18 in) / (29.68 x 10⁶ in² psi)
→ T_F = 151.6 °C
δ_T)_Al - δ_C)_Al = 0.02 in → δ_C)_Br = δ_T)_Br
Δ L)_Al = 0.02 in + 16.97 x 10⁻³ in - 17.86 x 10⁻³ in = 19.11 x 10⁻³
L_f)_Al = 18 in + Δ L)_Al = 18.019 in


P=?
δA = 0.35mm
0.225m
FDB
0.125m
0.225m
150mm
P
FCE
EBD = 105 GPa
ABD = 250mm²
ECE = 176 GPa
ACE = 950mm²
125mm
225mm
ΣMB = 0
P(0.125) - FCE(0.225m) = 0
P = 13066.202 N
ΣMC = 0
P(0.35m) - FBD(0.225m) = 0
ΣMA = 0
FBD(0.125) - FCE(0.35) = 0
FBD = FCE(0.35) / 0.125 = 2.8 FCE
δC = FCE(150x10⁻³) / (950x10⁻⁶ m²)(176x10⁹ Pa) = 19.6x10⁻⁹ m FCE
δB = FBD(225x10⁻³m) / (250x10⁻⁶)(105x10⁹ Pa) = 8.57x10⁻⁹ m FBD
0.35m
350mm
225mm
δA + δC = δB + δC
0.35x10⁻³ + 19.6x10⁻⁹ FCE / 350x10⁻³ = 8.57x10⁻⁹(2.8 FCE) + 19.6x10⁻⁹ FCE / 225x10⁻³
FCE = 7259N → FBD = 20325.203N

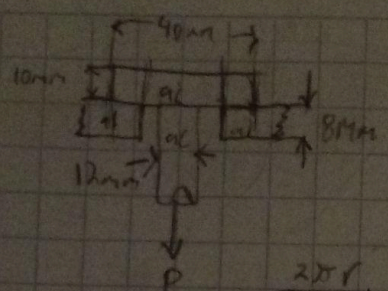

ΣFx = 0 → −25 + 50 + RA − RB = 0 → RA − RB = −25 KN
RB = +25 KN + RA
Pi = 25 KN
Pr = 50 KN
T0 = 12°
Tf = 95°C
ΔT = 33°C
Acero
E ac = 200 GPa
α ac = 12 × 10⁻⁶ /°C
A ac = 200 mm²
Latón
E br = 100 GPa
α br = 21 × 10⁻⁶ /°C
A br = 450 mm²
Cobre
E cu = 120 GPa
α cu = 17 × 10⁻⁶ /°C
A cu = 515 mm²
RA + 25 KN = RB
RA + 25 KN
RA
RB
(12 × 10⁻⁶/°C)(33°C)(0.3m) + (21 × 10⁻⁶/°C)(33°C)(0.2m) + (17 × 10⁻⁶/°C)(33°C)(0.1m)
= RA(0.3m)/(90 × 10⁶) + (RA + 25 × 10³)(0.2m)/(45 × 10⁶) + (RA + 25 × 10³)(0.1m)/(61.6 × 10⁶)
118.8 × 10⁻⁶ m + 138.6 × 10⁻⁶ m + 56.1 × 10⁻⁶ m
= 7.5 × 10⁻⁹ RA + 9.94 × 10⁻⁹ RA + 111.11 × 10⁻⁶ + 1.6181 × 10⁻⁹ RA + 40.45 × 10⁻⁶
RA = 11 944.15147 N
RB = 36 944.15147 N
σac = RA N / 200 × 10⁻⁶ m² = 59.72 × 10⁶ Pa
σbr = RB N / 450 × 10⁻⁶ m² = 3.6781 Pa
σcu = RB N / 515 × 10⁻⁶ m² = 3.2139 Pa
(δT)ac = (δc)ac + (δc)cu + (δT)br − (δT)cu
ΔLac = 7.9 × 10⁻⁹ + 2.2891 × 10⁻⁴ = 2.9218 × 10⁻³ m

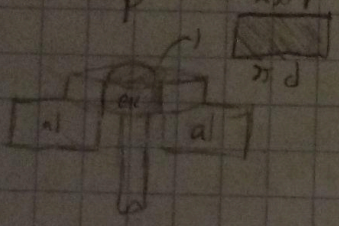
$\tau = \frac{F}{A}$

$\tau_{ac} \leq 180 MPa$

$\tau_{al} \leq 70 MPa$

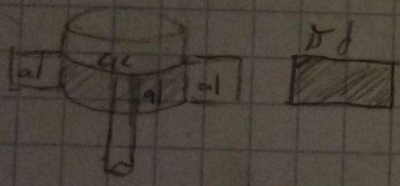
$P = ?$





$A_{ac} = \pi \times 12 \times 10^{-3} m \times 10 \times 10^{-3} m$

$A_{ac} = 3.7699 \times 10^{-4} m^2$



$A_{al} = \pi \times 40 \times 10^{-3} m \times 8 \times 10^{-3} m$

$A_{al} = 1 \times 10^{-3}$

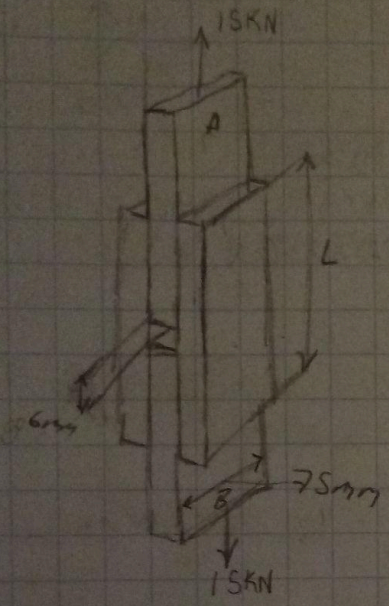
$\tau_{ac} = \frac{P_{max}}{A_{ac}} \rightarrow P_{max} = \tau_{ac} \cdot A_{ac} = 216\pi N = 67.858 KN$

$\tau_{al} = \frac{P_{max}}{A_{al}} \rightarrow P_{max} = \tau_{al} \cdot A_{al} = 22400\pi N = 70.3716 KN$

$P_{max} = 67.858 KN$

1.15

$\tau \leq 700\ KPa$

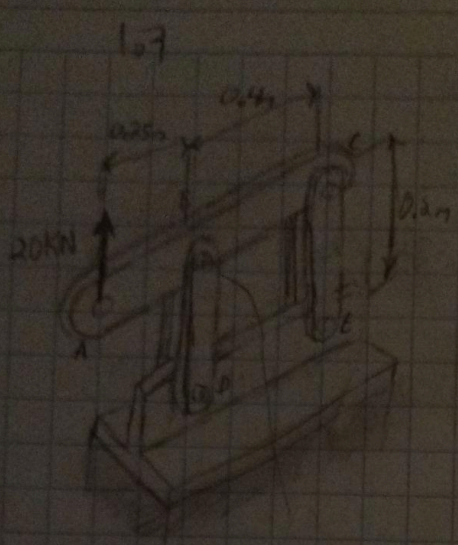


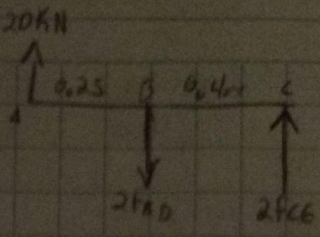
$\tau = \frac{F}{A}$

$700 \times 10^3\ Pa = \frac{(15 \times 10^3\ N/2)}{(0.075m)\,L} \rightarrow L = 1.7\ m$

$L = 2L + 0.006 = 291.71 \times 10^{-3}\ m$

1.7





$\circlearrowleft \Sigma M_B = 0$

$+20\times10^3 N(0.25m) + 2F_{CE}(0.4m) = 0$

$F_{CE} = 6250\,N$

$\circlearrowleft \Sigma M_C = 0$

$-20\times10^3 N(0.65m) + 2F_{BD}(0.4m) = 0$

$F_{BD} = 16250\,N$

$A = 6.36mm^2$

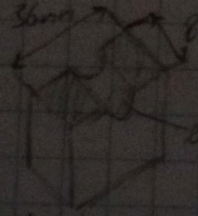
$\varnothing = 16mm$

$\sigma_{BD} = ?$

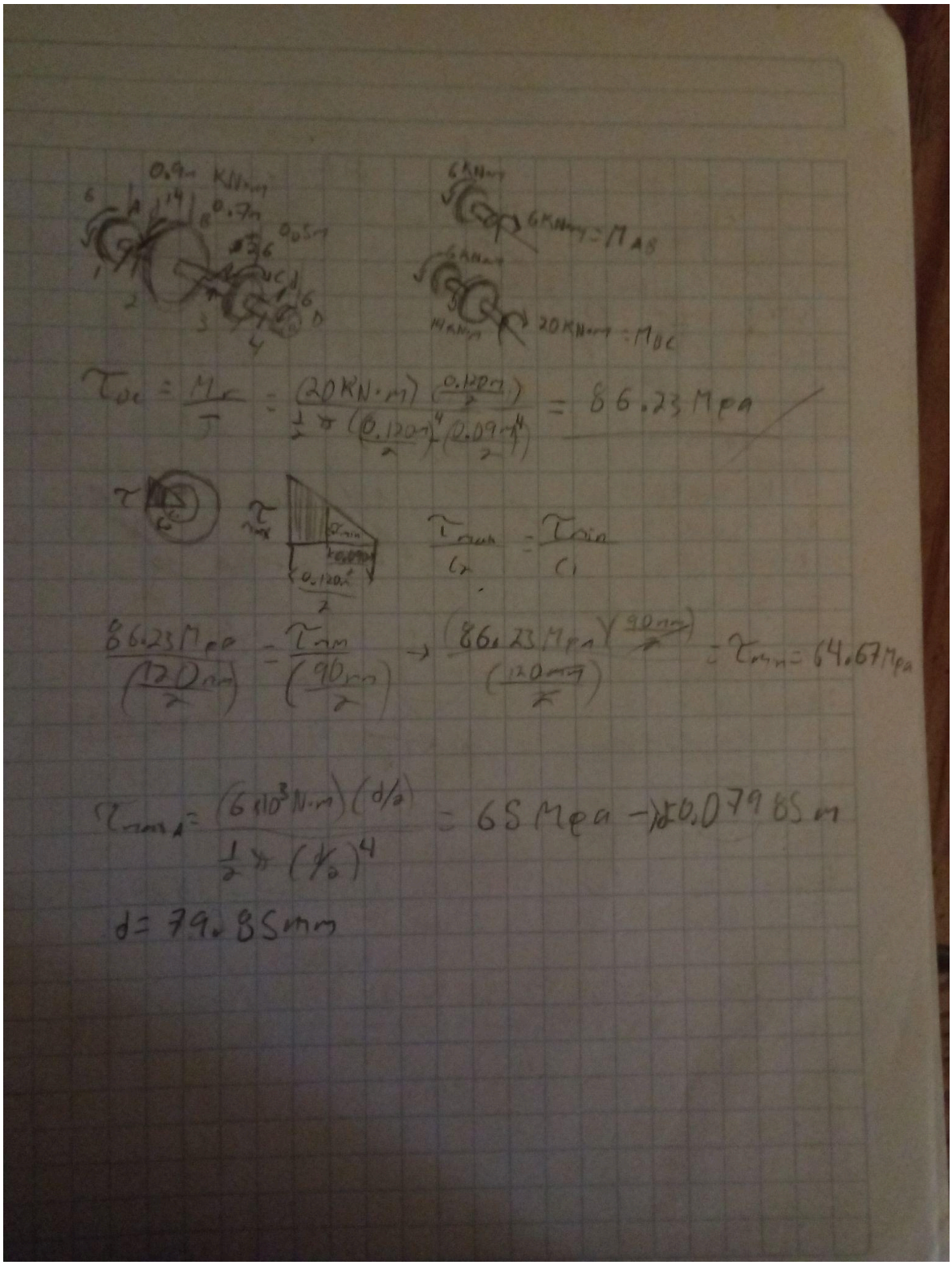
$\sigma_{CE} = ?$

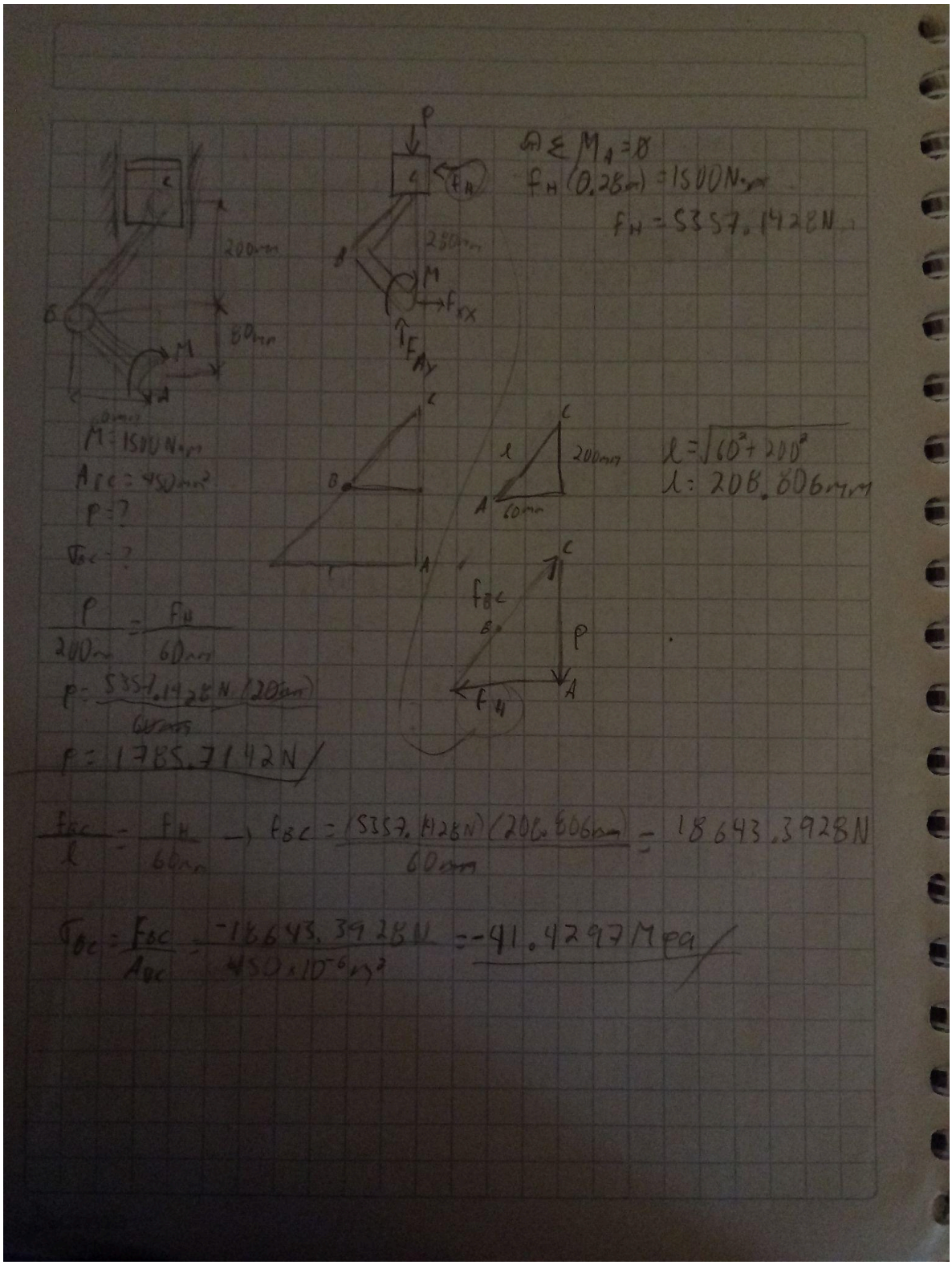
$$\sigma_{BD} = \frac{16250\,N}{160\times10^{-6}m^2} = 101.5625\times10^6\,Pa$$

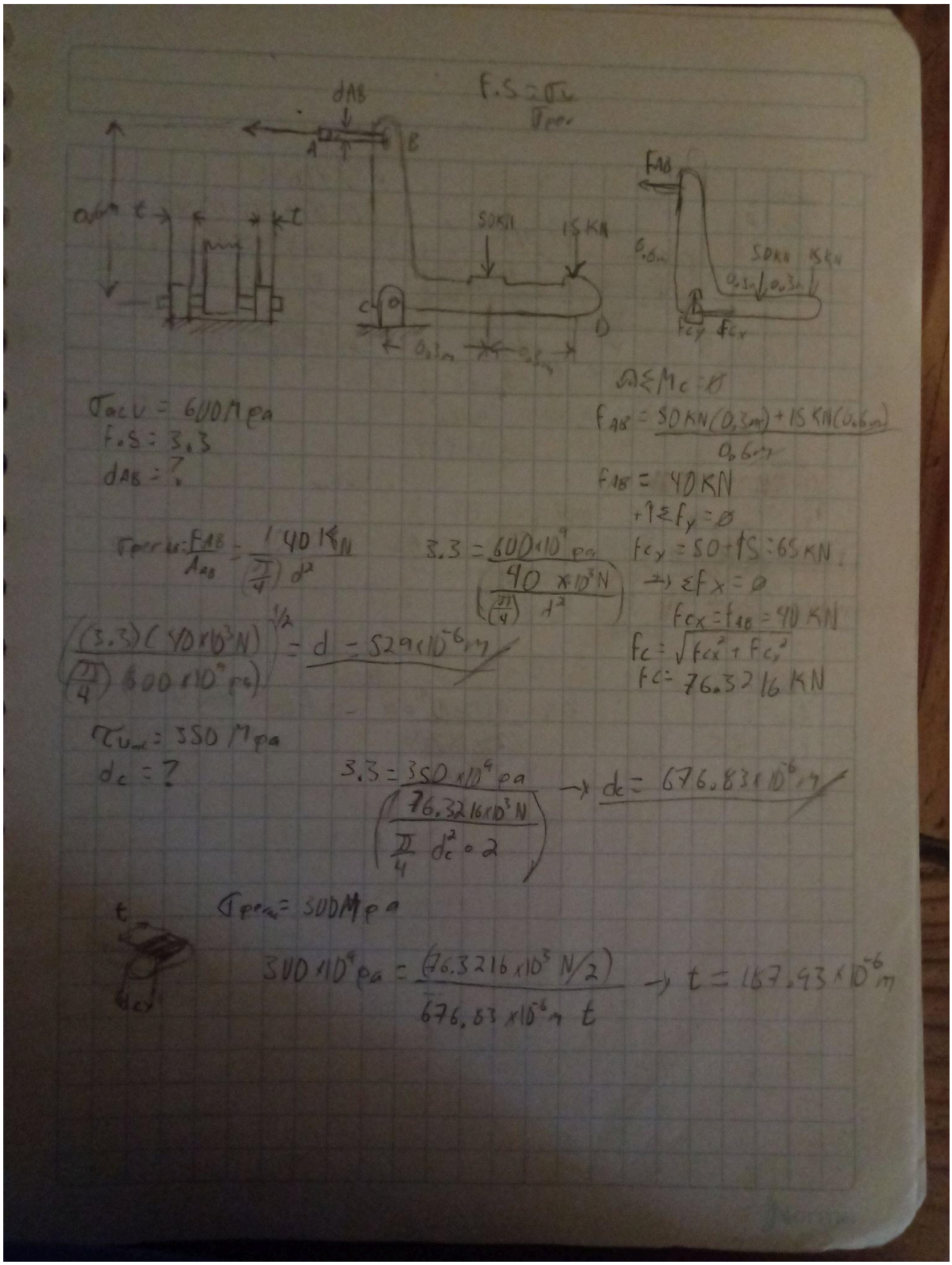
$$\sigma_{CE} = \frac{6250\,N}{160\times10^{-6}m^2} = 39.0625\times10^6\,Pa$$



$A = (16mm)(36-16)mm = 160mm^2 = 160\times10^{-6}m^2$


0.9m KN·m
0.7m
0.05m
6KNm
6KNm = MAB
20KNm = MBC
$\tau_{BC} = \frac{Mc}{J} = \frac{(20KN\cdot m)\left(\frac{0.120m}{2}\right)}{\frac{1}{2}\pi\left(\frac{0.120m}{2}\right)^4 - \left(\frac{0.090m}{2}\right)^4} = 86.23Mpa$
$\frac{\tau_{max}}{c} = \frac{\tau_{min}}{c_1}$
$\frac{86.23Mpa}{\left(\frac{120mm}{2}\right)} = \frac{\tau_{min}}{\left(\frac{90mm}{2}\right)} \rightarrow \frac{(86.23Mpa)(90mm)}{(120mm)} = \tau_{min} = 64.67Mpa$
$\tau_{max} = \frac{(6\times10^3 N\cdot m)(d/2)}{\frac{1}{2}\pi(d/2)^4} = 65Mpa \rightarrow 0.07985m$
$d = 79.85mm$


P
C
F_H
200mm
B
250mm
M
F_{Bx}
F_{By}
60mm
A
$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$
$F_H(0.28m) = 1500N \cdot m$
$F_H = 5357.142N$
$M = 1500 N \cdot m$
$A_{BC} = 450mm^2$
$P = ?$
$\sigma_{BC} = ?$
$\frac{P}{200} = \frac{F_H}{60}$
$P = \frac{5357.142N(200mm)}{60mm}$
$P = 1785.714N$
$l = \sqrt{60^2 + 200^2}$
$l = 208.806mm$
$\frac{F_{BC}}{l} = \frac{F_H}{60mm} \rightarrow F_{BC} = \frac{(5357.142N)(208.806mm)}{60mm} = 18643.392N$
$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{-18643.392N}{450 \times 10^{-6} m^2} = -41.4297MPa$



$\tau_{ACU} = 600 MPa$

$F.S = 3.3$

$d_{AB} = ?$

$\tau_{perm} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{140\,KN}{\frac{\pi}{4} d^2}$

$3.3 = \frac{600 \times 10^6\ Pa}{\left(\frac{40 \times 10^3 N}{\frac{\pi}{4} d^2}\right)}$

$\left(\frac{(3.3)(40 \times 10^3 N)}{\left(\frac{\pi}{4}\right) 600 \times 10^6\ Pa}\right)^{1/2} = d = 529 \times 10^{-6}\ m$

$\tau_{UM} = 350 MPa$

$d_c = ?$

$3.3 = \frac{350 \times 10^6\ Pa}{\left(\frac{76.3216 \times 10^3 N}{\frac{\pi}{4} d_c^2 \cdot 2}\right)} \rightarrow d_c = 676.83 \times 10^{-6}\ m$

$\sum M_C = 0$

$F_{AB} = \frac{50\,KN(0.3m) + 15\,KN(0.6m)}{0.6m}$

$F_{AB} = 40\,KN$

$+\uparrow \sum F_y = 0$

$F_{cy} = 50 + 15 = 65\,KN$

$\rightarrow \sum F_x = 0$

$F_{cx} = F_{AB} = 40\,KN$

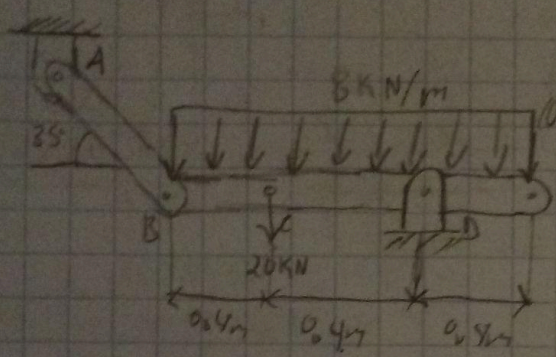
$F_c = \sqrt{F_{cx}^2 + F_{cy}^2}$

$F_c = 76.3216\,KN$

$\tau_{perm} = 500 MPa$

$500 \times 10^6\ Pa = \frac{(76.3216 \times 10^3 N/2)}{676.83 \times 10^{-6} m \cdot t} \rightarrow t = 187.93 \times 10^{-6}\ m$

$$F.S = \frac{\sigma_u}{\sigma_{pc}}$$

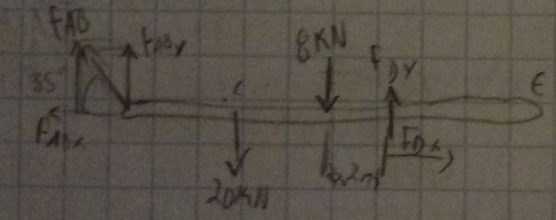


$$\circlearrowleft \sum M_D = 0$$

$$8(0.2) + 20(0.4) - F_{AB}\sin(35)(0.8) = 0$$

$$F_{AB} = \frac{8(0.2) + 20(0.4)}{\sin(35)(0.8)}$$

$$F_{AB} = 20.9213\,KN$$



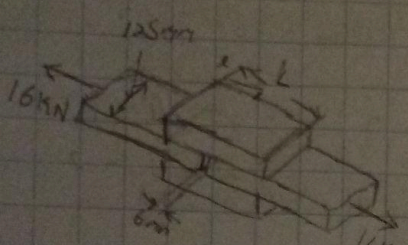
$\sigma_{cu} = 450\,MPa$

$A_{AB} = ?$

$F.S. = 3.5$

$$3.5 = \frac{450\times10^{6}\,Pa}{\left(\frac{20.9213\times10^{3}N}{A_{AB}}\right)} \rightarrow A_{AB} = 162.72\times10^{-7}\,m$$

1.93



$\tau_u = 2.5 Mpa$

$F.S. = 2.75$

$$F.S. = \frac{\tau_u}{\tau_{perm}}$$

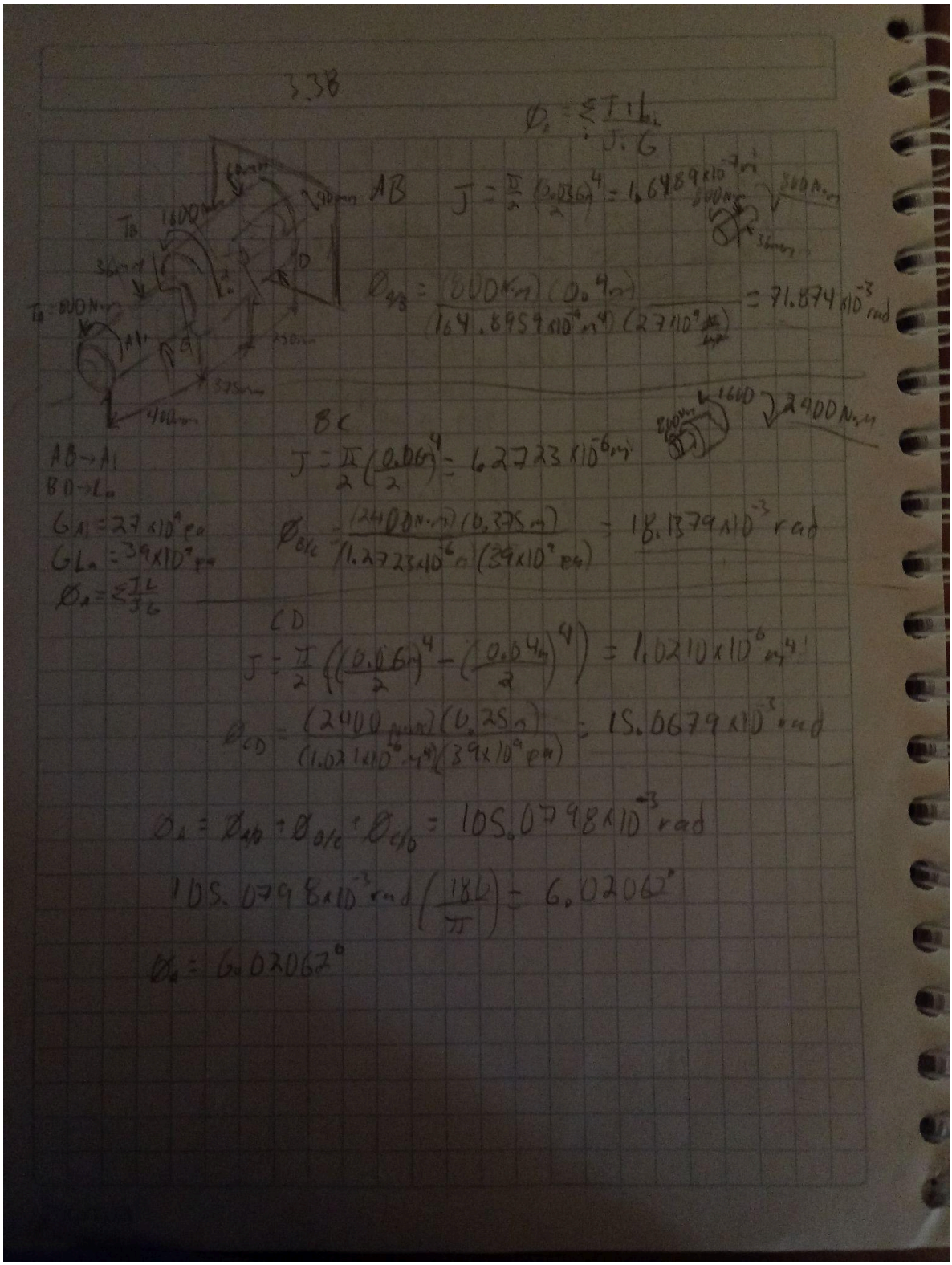
$$\tau_{perm} = \frac{2.5 \times 10^6 pa}{2.75} = 909.09 \times 10^3 pa$$

$$\tau_{perm} = \frac{F}{A}$$

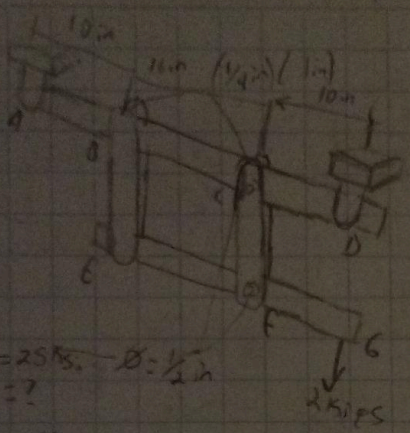
$$909.09 \times 10^3 pa = \frac{8 \times 10^3 N}{(0.125)(l)}$$

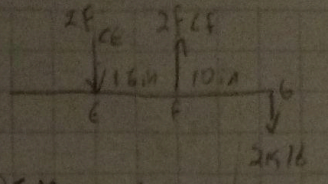
$$l = 70.4 \times 10^{-3} m$$

$$L = 2l = 0.006m = 0.1468 m = 146.8 mm$$


3.38
AB
BC
CD
AB→AL
BD→LD
$\phi_A = \frac{\Sigma T L}{J G}$
$\phi_A = \phi_{A/B} + \phi_{B/C} + \phi_{C/D}$
105.0798×10^{-3} rad
105.0798×10^{-3} rad $\left(\frac{180}{\pi}\right) = 6.0206°$
$\phi_A = 6.0206°$

1.54





$\circlearrowleft \Sigma M_E = \emptyset$

$F_{CF} = \frac{(2000\,lb)(26\,in)}{(2)\,16\,in}$

$F_{CF} = 1625\,lb$

$\tau_{adm} = 25\,ksi \quad \emptyset = \frac{1}{2}\,in$

$F.S. = ?$

$\tau_{adm} = 60\,ksi$

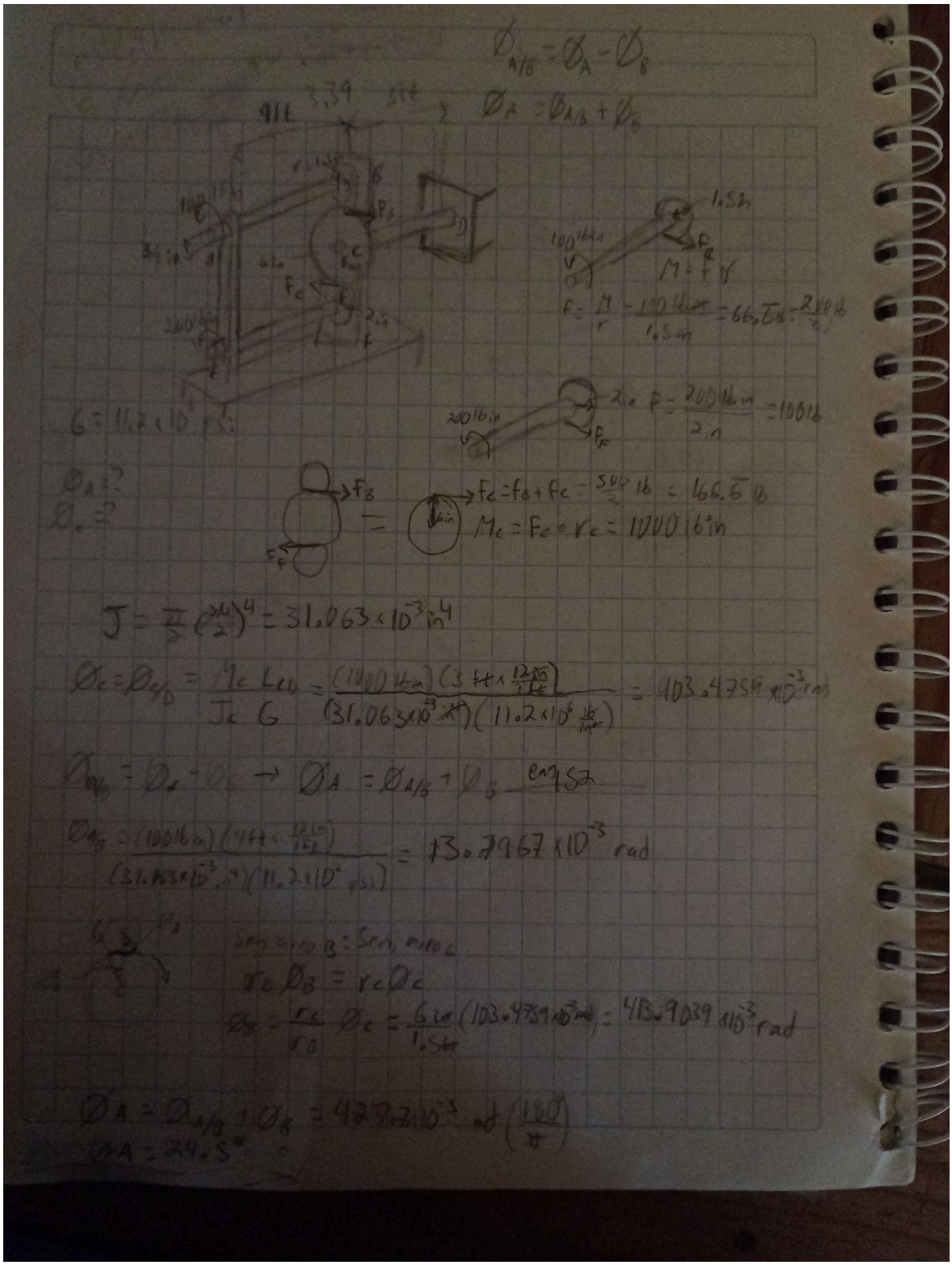
$F.S. = ?$

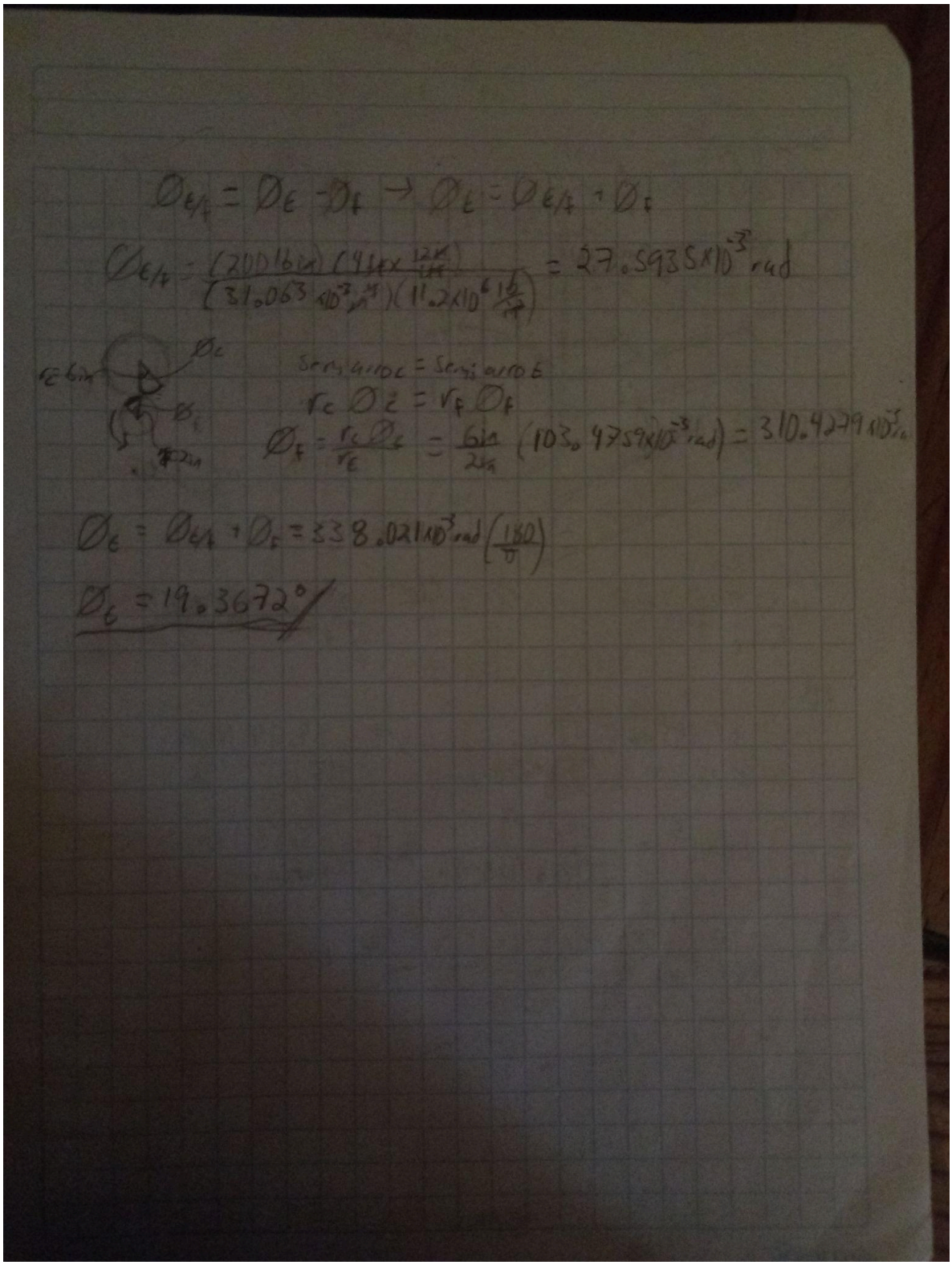
$\tau_{real} = \frac{1625\,lb}{\left(\frac{\pi}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\,in\right)^2} = 8276.0570\,psi = 8.276\,ksi$

$F.S. = \frac{25\,ksi}{8.276\,ksi} = 3.02$

$\tau_{real} = \frac{1625\,lb}{\left(\frac{1}{4}\,in\right)(1\,in)} = 6500\,psi = 6.5\,ksi$

$F.S. = \frac{6\,ksi}{6.5\,ksi} = 0.923$


$\phi_{A/B} = \phi_A - \phi_B$
$\phi_A = \phi_{A/B} + \phi_B$
$M = F r$
$F = \frac{M}{r} = \frac{100\ lb\cdot in}{1.5\ in} = 66.\overline{6}\ lb = \frac{200}{3}\ lb$
$F = \frac{200\ lb\cdot in}{2\ in} = 100\ lb$
$F_C = F_A + F_E = \frac{500}{3}\ lb = 166.\overline{6}\ lb$
$M_C = F_C \cdot r_C = 1000\ lb\cdot in$
$J = \frac{\pi}{2}\left(\frac{2}{2}\right)^4 = 31.063 \times 10^{-3}\ in^4$
$\phi_{C/D} = \frac{M_C L_{CD}}{J_C G} = \frac{(1000\ lb\cdot in)(3\ ft \times \frac{12\ in}{1\ ft})}{(31.063\times10^{-3}\ in^4)(11.2\times10^6\ \frac{lb}{in^2})} = 103.4754 \times 10^{-3}\ rad$
$\phi_{A/B} = \phi_A - \phi_B \rightarrow \phi_A = \phi_{A/B} + \phi_B$
$\phi_{A/B} = \frac{(100\ lb\cdot in)(4\ ft \times \frac{12\ in}{1\ ft})}{(31.063\times10^{-3}\ in^4)(11.2\times10^6\ psi)} = 13.7967 \times 10^{-3}\ rad$
Sea arco B = Sea arco C
$r_B \phi_B = r_C \phi_C$
$\phi_B = \frac{r_C}{r_B}\phi_C = \frac{6\ in}{1.5\ in}(103.4754\times10^{-3}\ rad) = 413.9039 \times 10^{-3}\ rad$
$\phi_A = \phi_{A/B} + \phi_B = 427.7\times10^{-3}\ rad\left(\frac{180}{\pi}\right)$
$\phi_A = 24.5°$



$$\emptyset_{E/F} = \emptyset_E - \emptyset_F \rightarrow \emptyset_E = \emptyset_{E/F} + \emptyset_F$$

$$\emptyset_{E/F} = \frac{(200\,lb)(9\,in \times \frac{12\,ft}{1\,in})}{(31.063\times10^{-3}\,in^4)(11.2\times10^6\,\frac{lb}{ft})} = 27.5935\times10^{-3}\,rad$$

r_E 6in $\quad \emptyset_E \quad \emptyset_F$ 4in

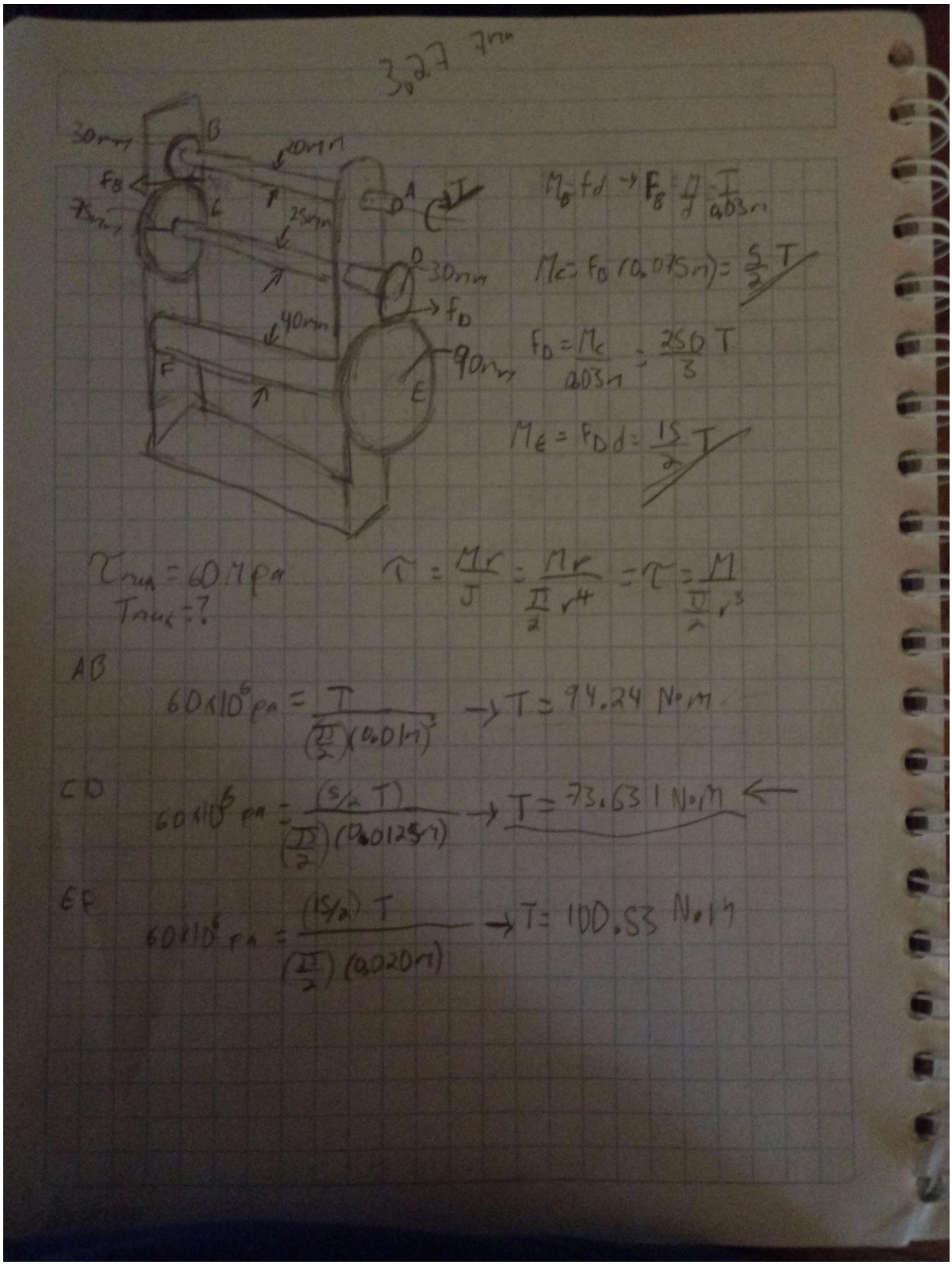
Sensitivity$_C$ = Sensitivity$_E$

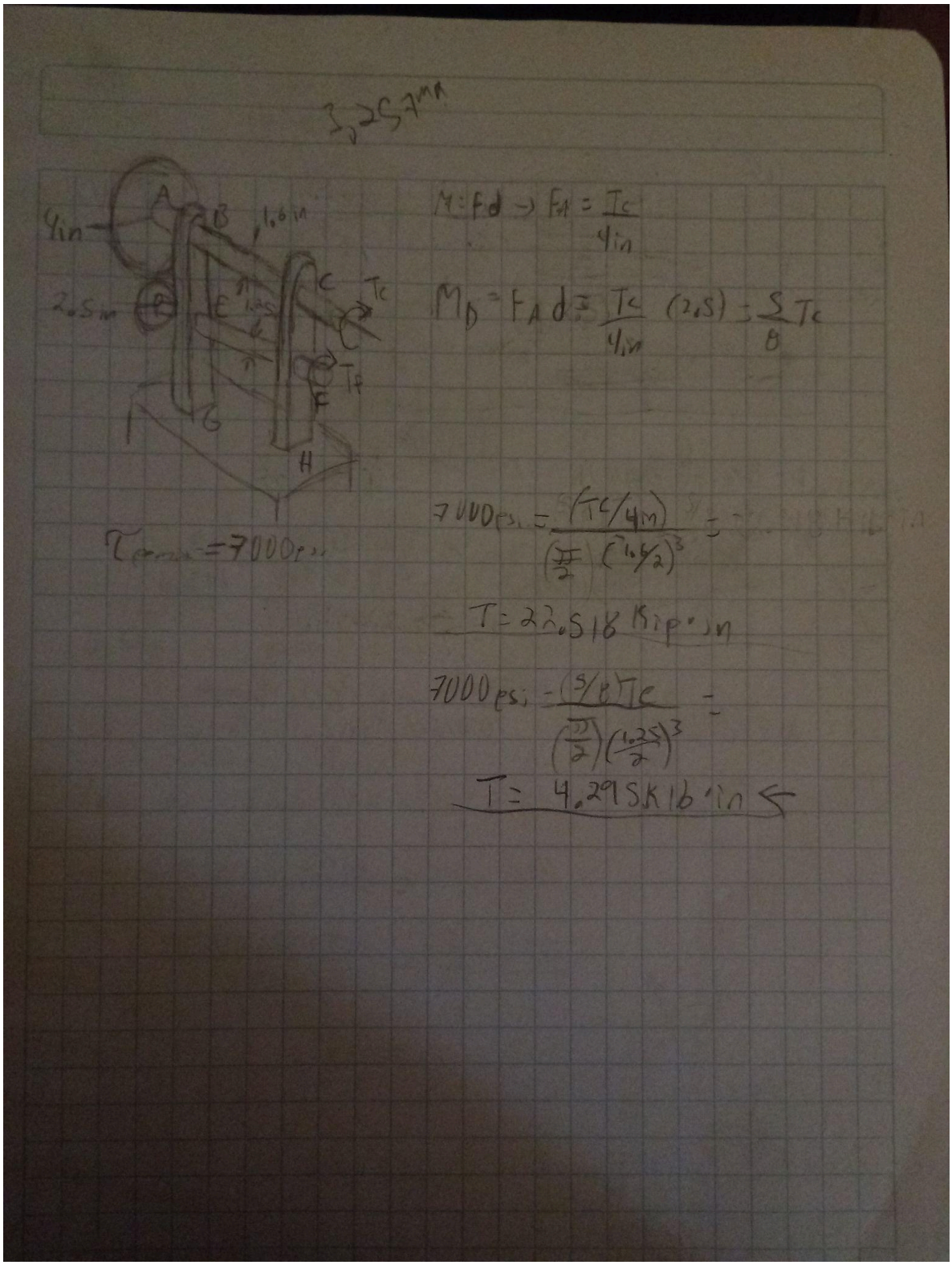
$$r_C \emptyset_C = r_F \emptyset_F$$

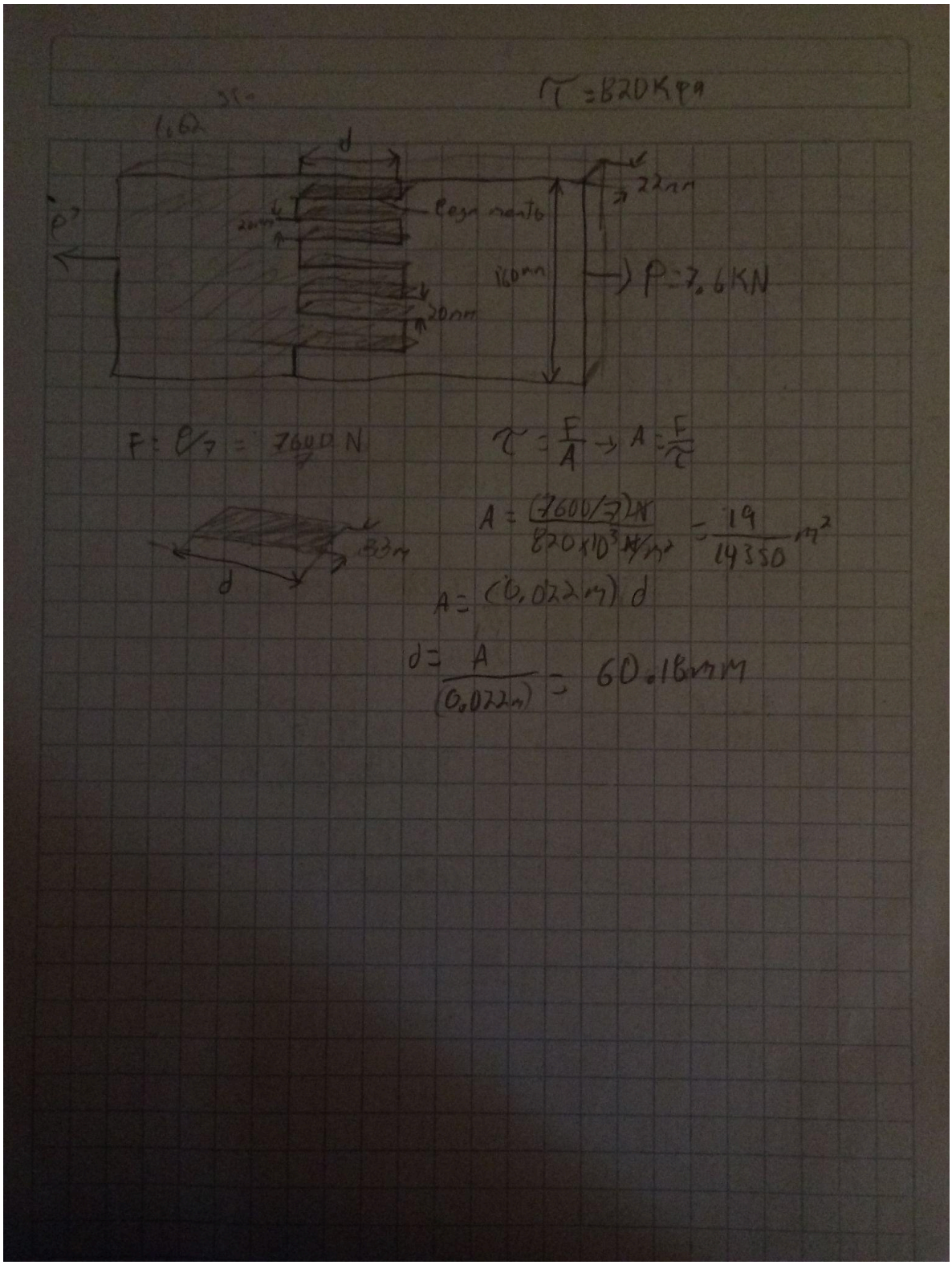
$$\emptyset_F = \frac{r_C \emptyset_C}{r_E} = \frac{6in}{2in}(103.4759\times10^{-3}\,rad) = 310.4279\times10^{-3}\,rad$$

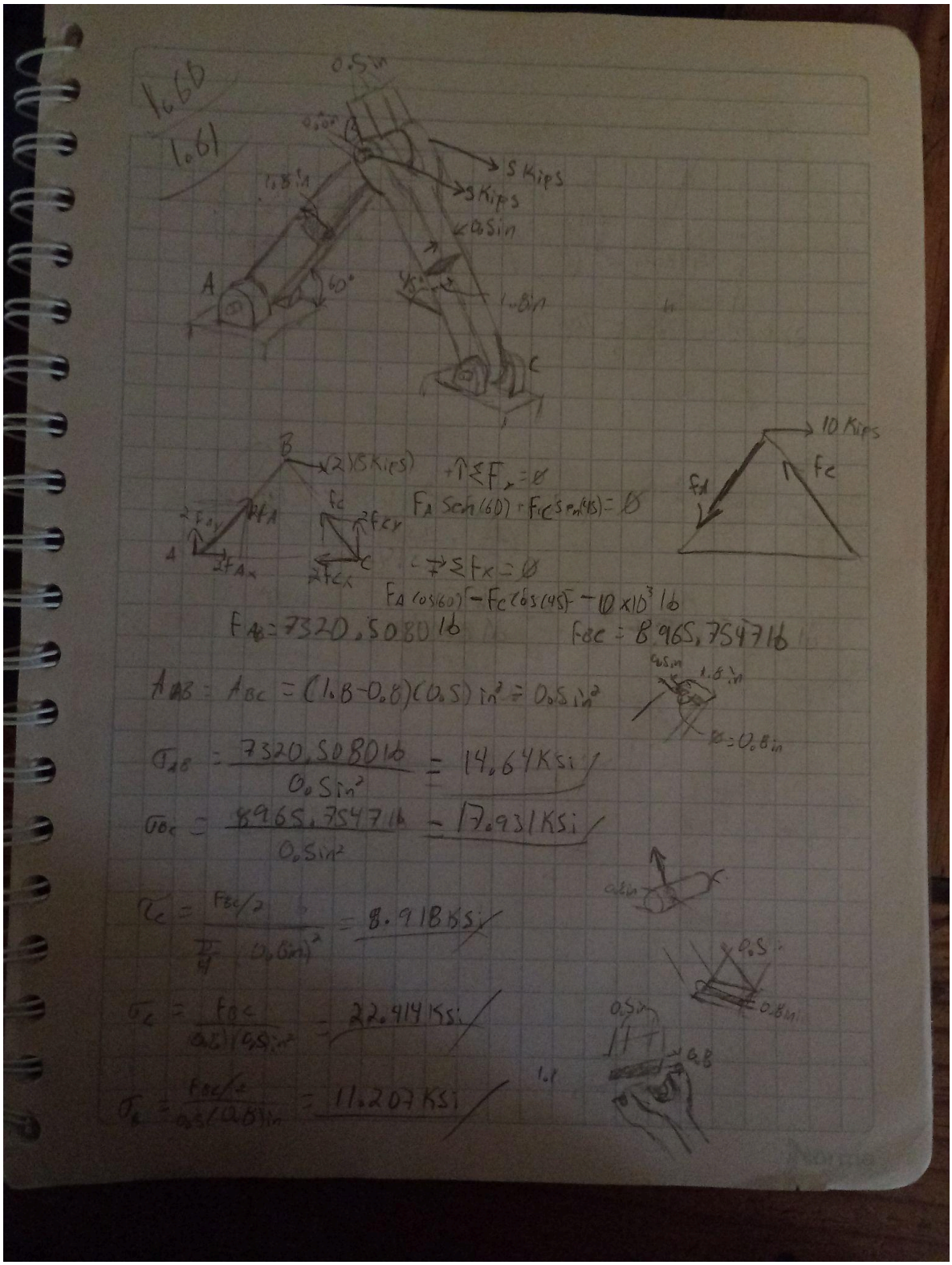
$$\emptyset_E = \emptyset_{E/F} + \emptyset_F = 338.021\times10^{-3}\,rad\left(\frac{180}{\pi}\right)$$

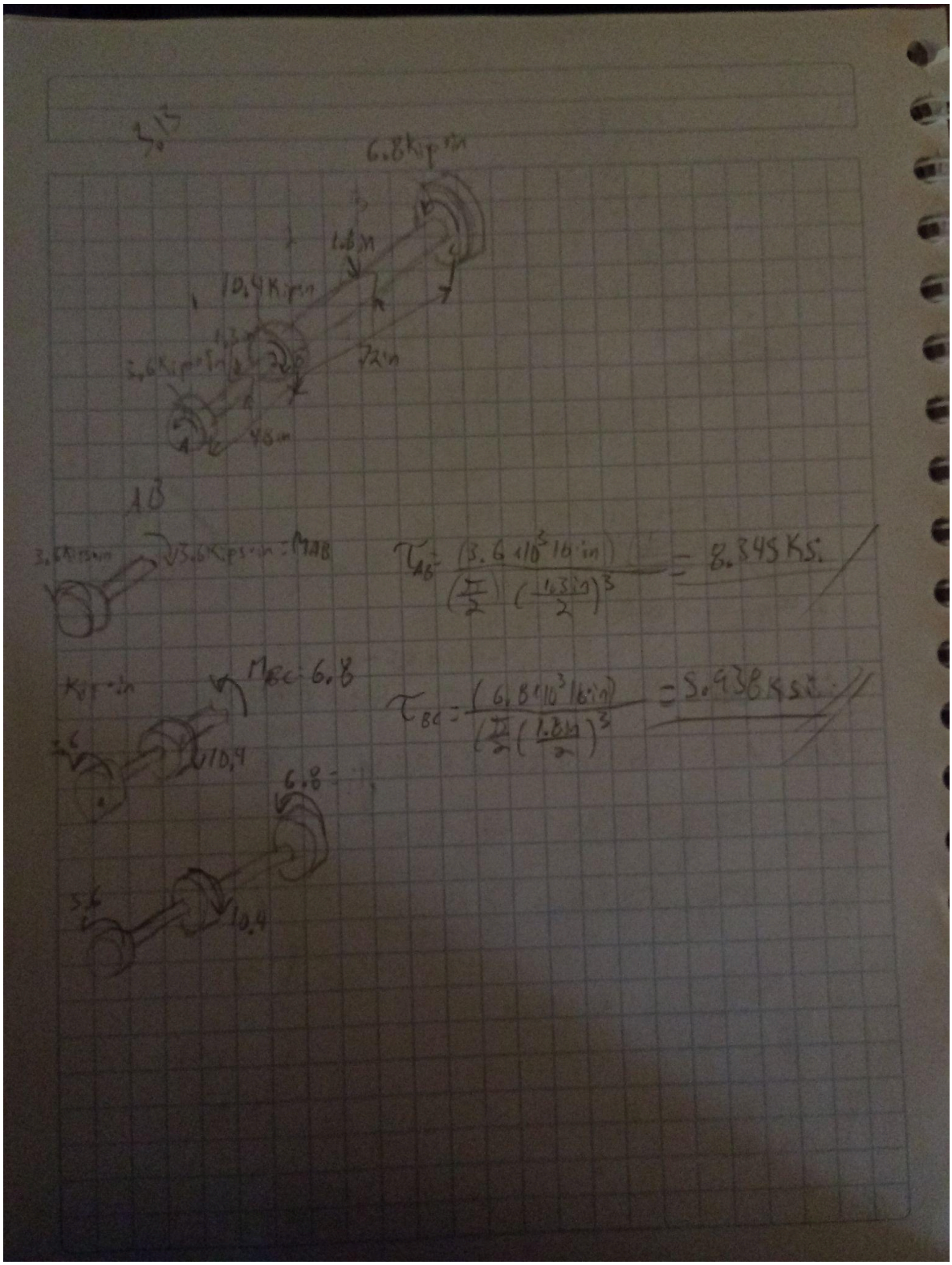
$$\emptyset_E = 19.3672°$$


3.27 7ma
30mm
B
20mm
F_B
25mm
A
T
30mm
F_D
40mm
90mm
F
E
M_B fd → F_B = T/0.03m
M_C = F_D (0.075m) = 5/2 T
F_D = M_C/0.03m = 250/3 T
M_E = F_D d = 15/2 T
τ_{max} = 60 MPa
T_{max} = ?
$\tau = \frac{Mr}{J} = \frac{Mr}{\frac{\pi}{2}r^4} = \tau = \frac{M}{\frac{\pi}{2}r^3}$
AB
60×10^6 Pa = T / ((π/2)(0.01m)³) → T = 94.24 N·m
CD
60×10^6 Pa = (5/2 T) / ((π/2)(0.0125m)³) → T = 73.631 N·m ←
EF
60×10^6 Pa = (15/2 T) / ((π/2)(0.020m)³) → T = 100.53 N·m


3,257mm
A
B
1.6in
4in
2.5in
C
E
D
F
G
H
Tc
TF
M: Fd → FA = Tc / 4in
MD = FA d = Tc/4in (2.5) = 5/8 Tc
7000psi = (Tc/4in) / (π/2)(1.6/2)^3
T = 22.518 Kip·in
7000psi = (5/8)Tc / (π/2)(1.25/2)^3
T = 4.295 Kip·in


τ = 820 KPa
1.62
d
P
20mm
Carga aplicada
160mm
22mm
20mm
P = 7.6 KN
F = P/2 = 7600 N
τ = F/A → A = F/τ
A = (7600/2) N / 820 x 10^3 N/m^2 = 19 / 14350 m^2
33m
d
A = (0.022 m) d
d = A / (0.022 m) = 60.18 mm


1.66
1.61
0.5 in
1.8 in
5 Kips
5 Kips
0.8 in
A
60°
45°
1.8 in
C
B
(2)5 Kips
10 Kips
FA
FC
+↑ΣFy = 0
FA Sen(60) + FC Sen(45) = 0
+→ΣFx = 0
FA Cos(60) − FC Cos(45) − 10 x 10^3 lb
FAB = 7320.5080 lb
FBC = 8965.7547 lb
AAB = ABC = (1.8 − 0.8)(0.5) in² = 0.5 in²
σAB = 7320.5080 lb / 0.5 in² = 14.64 Ksi
σBC = 8965.7547 lb / 0.5 in² = 17.931 Ksi
0.8 in
0.5 in
0.8 in
0.8
1.1


6.8 kip·in
1.8 in
10.4 kip·in
72 in
48 in
AB
3.6 kip·in
$\tau_{AB} = \frac{(3.6 \times 10^3 \text{ lb·in})}{\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{1.63 \text{ in}}{2}\right)^3} = 8.345 \text{ ksi}$
kip·in
M_{BC} 6.8
$\tau_{BC} = \frac{(6.8 \times 10^3 \text{ lb·in})}{\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{1.8 \text{ in}}{2}\right)^3} = 5.938 \text{ ksi}$
10.4
6.8
10.4

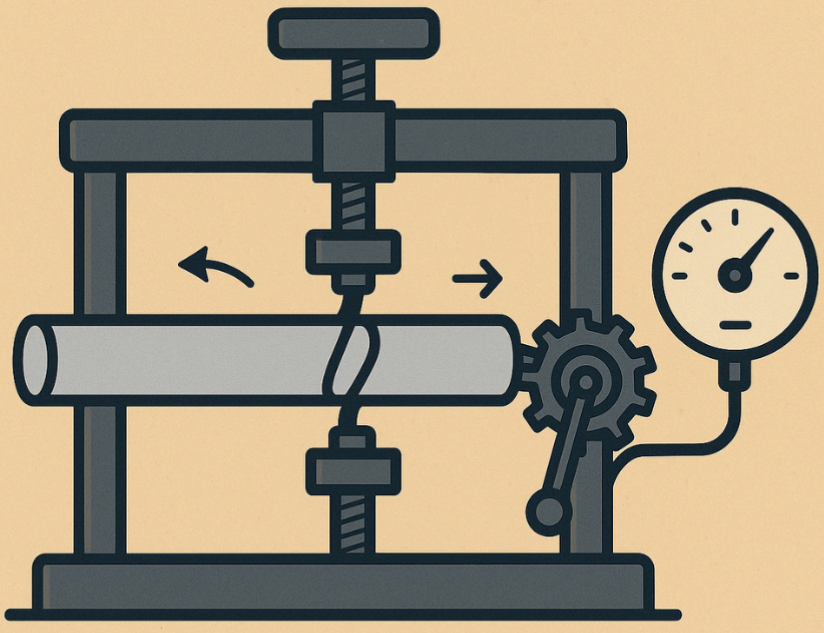
TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO®

MECÁNICA DE MATERIALES

Máquina Ensayo de Torsión

Equipo 5:

Hernández Ramírez Alejandro
Hayashi Zúñiga Hiroshi
Herrera Frias Paul Hernán
Ramírez Bustos Saul
Nava Pantoja Alejandro
Hernández Franco ÁngelJosué



Julio de 2025

Índice

Introducción..... 2
Marco teórico..... 3
Metodología..... 14
Desarrollo de práctica..... 16
Resultados y análisis..... 19
Conclusión..... 20
Bibliografía..... 20

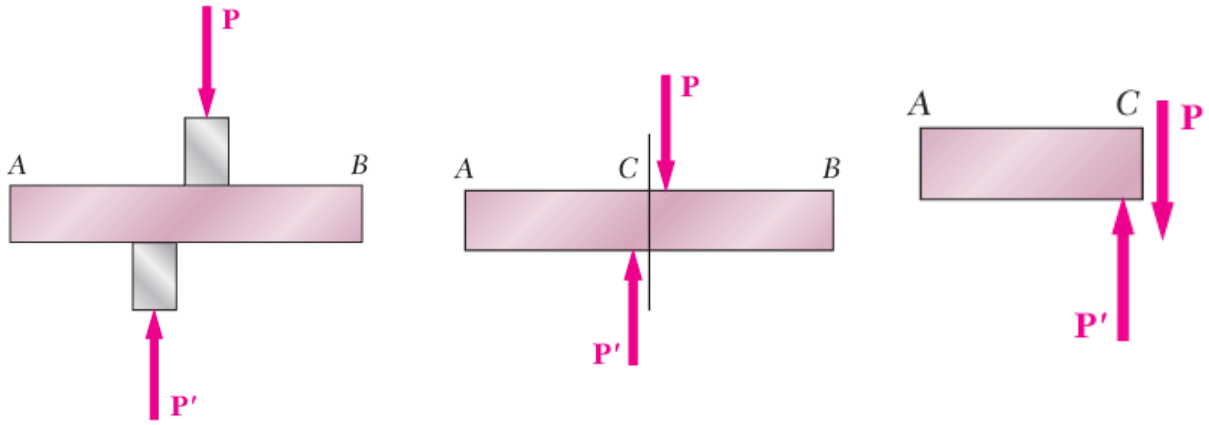
Introducción

En el curso de Mecánica de Materiales, se presentará el diseño y construcción de una máquina de torsión como parte de un proyecto. Este dispositivo tiene como objetivo principal aplicar esfuerzos de torsión controlados sobre probetas de distintos materiales, permitiendo así analizar su comportamiento mecánico bajo este tipo de carga. La máquina de torsión diseñada permitirá medir el ángulo de giro, contribuyendo al entendimiento práctico de los conceptos teóricos estudiados en clase.

Marco teórico

Esfuerzo cortante

Un tipo diferente de esfuerzo se obtiene cuando se aplican fuerzas transversales P y a un elemento AB. Al efectuar un corte en C entre los puntos de aplicación de las dos fuerzas, obtenemos el diagrama de la porción AC que se muestra en la figura de la izquierda. Se concluye que deben existir fuerzas internas en el plano de la sección, y que su resultante es igual a P. Estas fuerzas internas elementales se conocen como fuerzas cortantes,y la magnitud P de su resultante es el cortante en la sección.



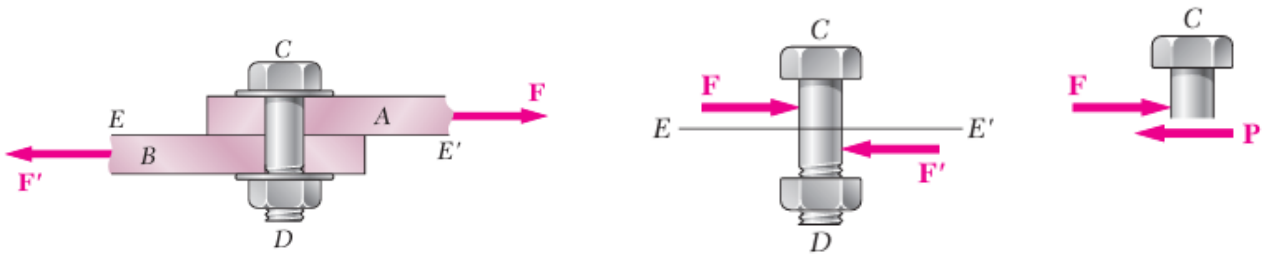
Al dividir el cortante P entre el área A de la sección transversal, se obtiene el esfuerzo cortante promedio en la sección. Representando el esfuerzo cortante con la letra griega t (tau), se escribe:

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A}$$

Debe enfatizarse que el valor obtenido es un valor promedio para el esfuerzo cortante sobre toda la sección. Al contrario de lo dicho con anterioridad para los esfuerzos normales, en este caso no puede suponerse que la distribución de los esfuerzos cortantes a través de una sección sea uniforme.

Los esfuerzos cortantes se encuentran comúnmente en pernos, pasadores y remaches utilizados para conectar diversos elementos estructurales y componentes de máquinas.

Considere dos placas A y B conectadas por un perno CD. Si a las placas se les somete a fuerzas de tensión de magnitud F, se desarrollarán esfuerzos en la sección del perno que corresponde al plano EE'. Al dibujar los diagramas del perno y de la porción localizada por encima del plano EE' P F, se concluye que el cortante P en la sección es igual a F.

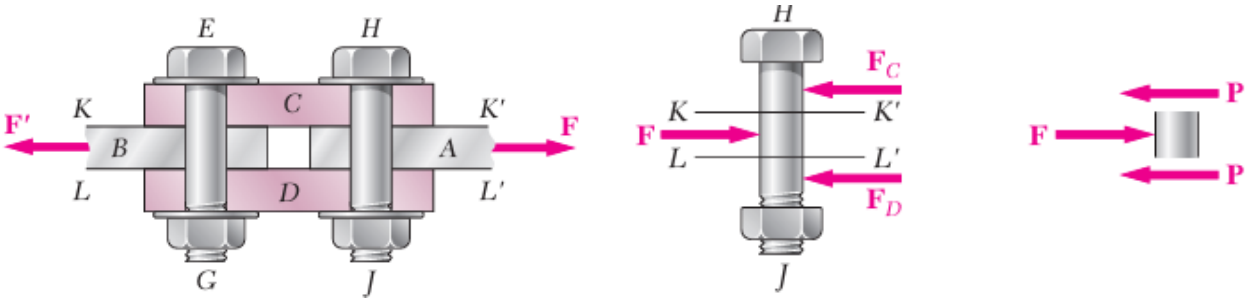


Se obtiene el esfuerzo cortante promedio en la sección, de acuerdo con la fórmula, dividiendo el cortante entre el área A de la sección transversal:

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A} = \frac{F}{A}$$

El perno que se ha considerado está en lo que se conoce como **cortante simple**. Sin embargo, pueden surgir diferentes condiciones de carga. Por ejemplo, si las placas de empalme C y D se emplean para conectar las placas A y B, el corte tendrá lugar en el perno HJ en cada uno de los dos planos KK' y LL' (al igual que en el perno EG). Se dice que los pernos están

en **corte doble**. Para determinar el esfuerzo cortante promedio en cada plano, se dibujan los diagramas de cuerpo libre del perno HJ y de la porción del perno localizada entre los dos planos.

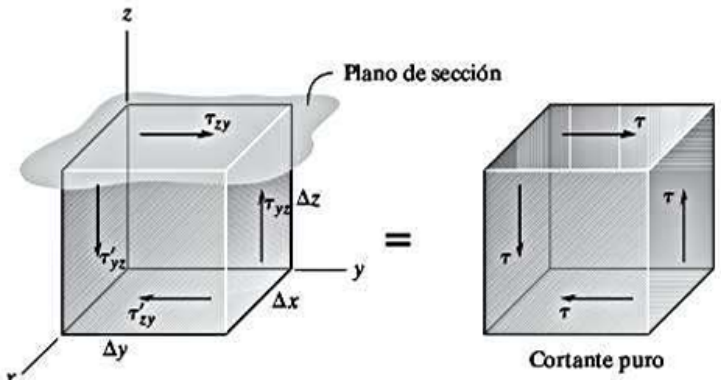


Observando que el corte P en cada una de las secciones es P = F/2, se concluye que el esfuerzo cortante promedio es:

$$\tau_{\text{prom}} = \frac{P}{A} = \frac{F/2}{A} = \frac{F}{2A}$$

Equilibrio de esfuerzo cortante

En la figura se muestra un elemento de volumen de material tomado en un punto situado sobre la superficie de un área seccionada, la cual está sometida a un esfuerzo cortante τzy'. El equilibrio de fuerzas y momentos requiere que el esfuerzo cortante que actúa en esta cara del elemento esté acompañado por el esfuerzo cortante que actúa en otras tres caras.



Para mostrar esto, primero se considerará el equilibrio de fuerzas en la dirección y, entonces:

fuerza

esfuerzo área

$$\Sigma F_y = 0; \qquad \tau_{zy}(\Delta x\, \Delta y) - \tau'_{zy}\, \Delta x\, \Delta y = 0$$

$$\tau_{zy} = \tau'_{zy}$$

De manera similar, el equilibrio de fuerzas en la dirección z genera τyz =τ'yz. Por último, si se toman los momentos respecto al eje x:

momento

fuerza brazo

esfuerzo área

$$\Sigma M_x = 0; \qquad -\tau_{zy}(\Delta x\, \Delta y)\, \Delta z + \tau_{yz}(\Delta x\, \Delta z)\, \Delta y = 0$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz}$$

De modo que:

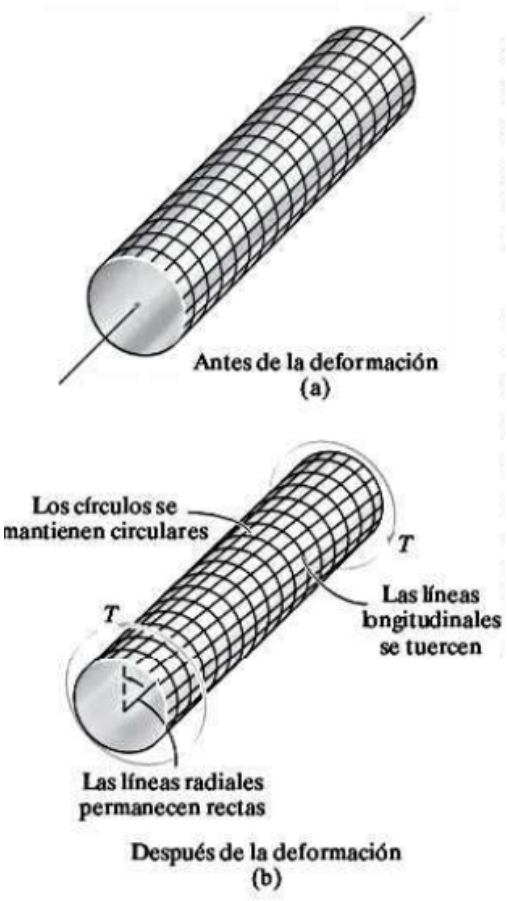
$$\tau_{zy} = \tau'_{zy} = \tau_{yz} = \tau'_{yz} = \tau$$

En otras palabras, los cuatro esfuerzos cortantes deben tener igual magnitud y cada uno debe estar dirigido hacia otro de ellos o en el sentido contrario en bordes opuestos del elemento. Esto se conoce como la propiedad complementaria del cortante y bajo las condiciones indicadas en la figura, el material está sometido a cortante puro.

Torsión

El par de torsión es un momento que tiende a torcer un elemento sobre su eje longitudinal. Su efecto es de gran importancia en el diseño de ejes o árboles de transmisión utilizados en vehículos y maquinaria. Se puede ilustrar físicamente lo que ocurre cuando un par de torsión se aplica sobre un

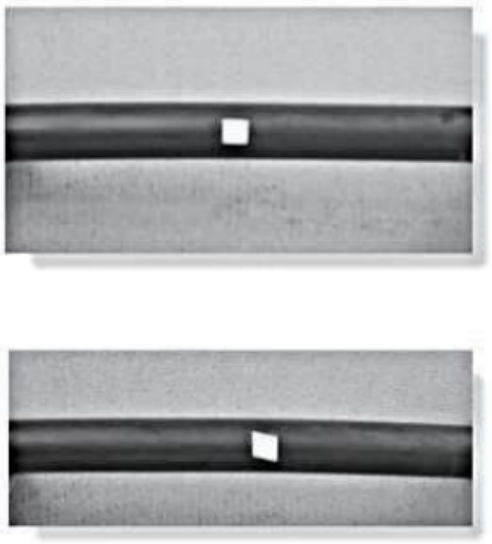
eje circular considerando que el eje está fabricado de un material altamente deformable como el caucho. Cuando se aplica el par de torsión, los círculos y las líneas longitudinales en forma de cuadrícula marcados en un principio en el eje, tienden a distorsionarse para formar el patrón mostrado en la figura. Observe que el torcimiento ocasiona que los círculos se conserven como círculos, y que cada línea longitudinal de la cuadrícula se deforme en una hélice que interseca los círculos en ángulos iguales.

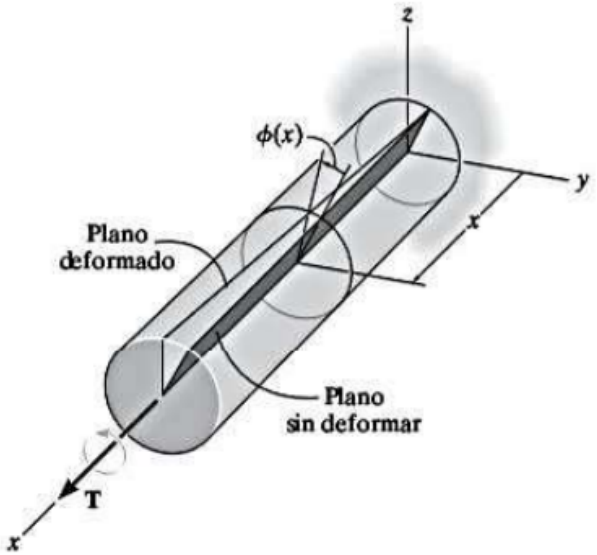


Además, las secciones transversales de los extremos a lo largo del eje seguirán siendo planas y las líneas radiales se conservan rectas durante la deformación.A partir de estas observaciones, se puede suponer que si el ángulo de giro es pequeño, la longitud del eje y su radio se mantendrán sin cambio.

Si el eje está fijo en uno de sus extremos y se aplica un par de torsión a su otro extremo, el plano gris oscuro de la figura se distorsionará en forma sesgada como se muestra en la misma. Aquí, una línea radial situada en la sección transversal a una distancia x del extremo fijo del eje girará un ángulo $\phi(x)$. El ángulo $\phi(x)$, definido de esta forma, se denomina ángulo de giro. Éste

depende de la posición x y varía a lo largo del eje como se muestra en la figura.





Esfuerzo en el rango elástico

Considere ahora el caso en que el par de torsión T es tal que todos los esfuerzos cortantes en el eje se encuentran por debajo de la resistencia a la cedencia τy. Esto significa que los esfuerzos en el eje permanecerán por debajo del límite de proporcionalidad y también por debajo del límite elástico. Por lo tanto, se aplicará la ley de Hooke y no habrá deformación permanente. Aplicando la ley de Hooke para el esfuerzo y la deformación a cortante de la sección, se escribe:

$$\tau = G\gamma$$

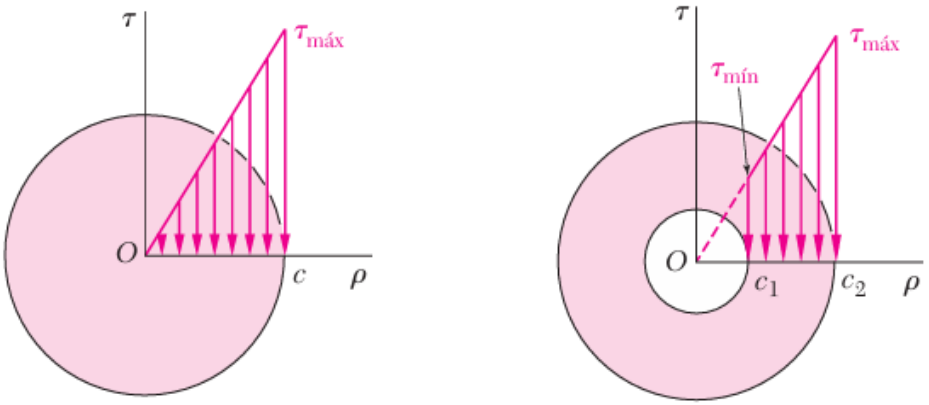
donde G es el módulo de rigidez o módulo de corte del material. Multiplicando ambos miembros de la ecuación por G, se escribe:

$$G\gamma = \frac{\rho}{c} G\gamma_{\text{máx}}$$

$$\tau = \frac{\rho}{c} \tau_{\text{máx}}$$

La ecuación obtenida muestra que, mientras la resistencia a la cedencia (o el límite de proporcionalidad) no sea excedida en ninguna parte de una flecha circular, el esfuerzo cortante en la flecha varía linealmente con la distancia r desde el eje de la flecha. La siguiente figura muestra la distribución de esfuerzos en un eje circular de radio c, e igualmente se muestra en un eje circular hueco de radio interior c1 y radio exterior c2.

$$\tau_{\text{mín}} = \frac{c_1}{c_2}\tau_{\text{máx}} \qquad \tau_{\text{máx}} = \frac{Tc}{J}$$



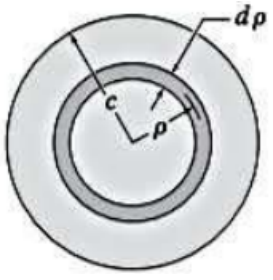
Ejes sólidos y tubulares

Sólido

Si el eje tiene una sección transversal circular sólida, el momento polar de inercia J puede determinarse usando un elemento de área en forma de un aro o anillo diferencial que tiene un grosor dp y una circunferencia 2πpdp. Para este anillo, dA=2πpdp, y así:

$$J = \int_A \rho^2\, dA = \int_0^c \rho^2(2\pi\rho\, d\rho) = 2\pi\int_0^c \rho^3\, d\rho = 2\pi\left(\frac{1}{4}\right)\rho^4\Big|_0^c$$

$$J = \frac{\pi}{2}c^4$$



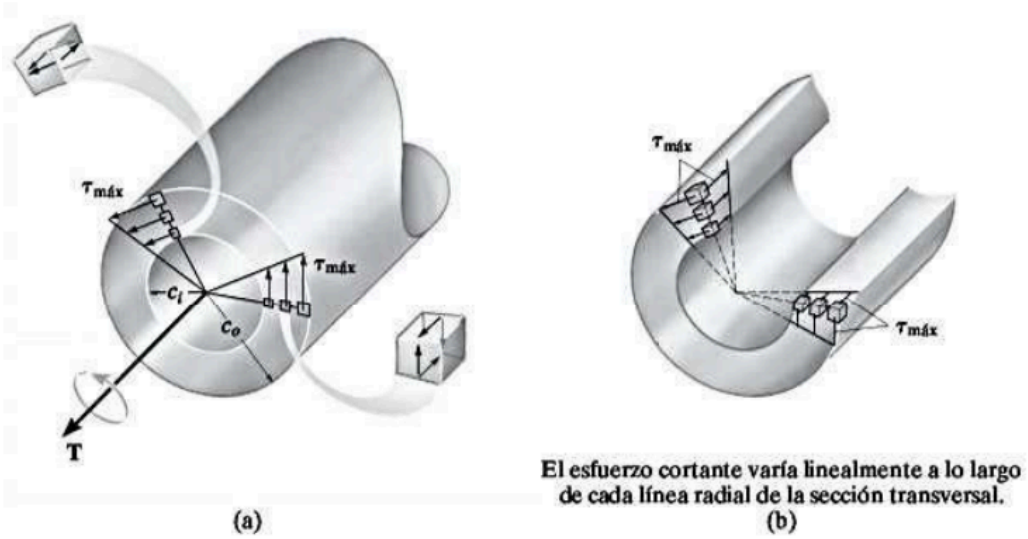
Observe que J es una propiedad geométrica del área circular y que siempre es positiva. Las unidades que se utilizan más a menudo para su medición son mm o pulg 4.

Tubular

Si un eje tiene una sección transversal tubular, con radio interior Ci y radio exterior Co, entonces su momento polar de inercia J puede determinarse con base en la ecuación anterior al restar J para un eje de radio Ci, de la J determinada para un eje de radio Co. De lo anterior se obtiene:

$$J = \frac{\pi}{2}(c_o^4 - c_i^4)$$

Al igual que en un eje sólido, el esfuerzo cortante distribuido en toda el área de la sección transversal del tubo varía linealmente a lo largo de cualquier línea radial. Además, el esfuerzo cortante varía de la misma manera a lo largo de un plano axial.



(a) El esfuerzo cortante varía linealmente a lo largo de cada línea radial de la sección transversal. (b)

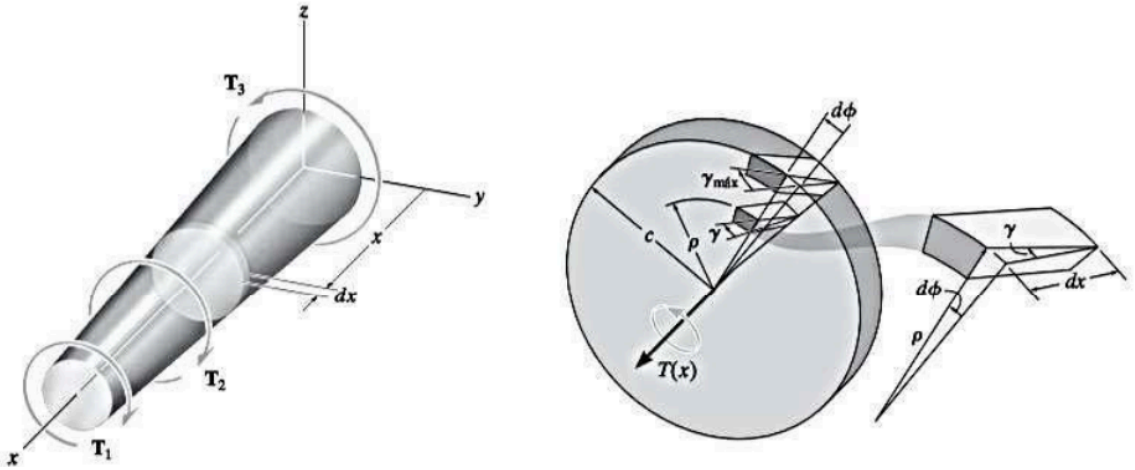
Ángulo de giro

En ocasiones, el diseño de un eje depende de la restricción de la cantidad de rotación o giro que puede ocurrir cuando el eje se somete a un par de torsión, Además, cuando se analizan las reacciones de los ejes

estáticamente indeterminados, es importante poder calcular el ángulo de torsión del eje.

En esta sección se desarrollará una fórmula para determinar el ángulo de giro (phi) de un extremo de un eje con respecto a su otro extremo. Se supondrá que el eje tiene una sección transversal circular que puede variar gradualmente en toda su longitud. Por otra parte, se supone que el material es homogéneo y se comporta de manera elástico lineal cuando se le aplica un par de torsión.
Mediante el método de las secciones, se aísla un disco diferencial de espesor dx, situado en la posición x. El par de torsión resultante interno es T(x), ya que la carga externa puede provocar que varíe a lo largo de la línea central del eje. Debido a T(x), el disco girará, de modo que la rotación relativa de una de sus caras con respecto a la otra es dϕ. En consecuencia, un elemento de material que se encuentre en un radio p arbitrario dentro del disco experimentará una deformación cortante y. Los valores de y y dϕ se relacionan mediante la ecuación:

$$d\phi = \gamma \frac{dx}{\rho}$$



Como la ley de Hooke, y = τ/G, es válida y el esfuerzo cortante puede expresarse en términos del par de torsión aplicado usando la fórmula de la torsión = T(x)p/J(x), entonces y = T(x)p/J(x)G. Si se sustituye esto en la ecuación, el ángulo de giro para el disco es:

$$\phi = \int_0^L \frac{T(x)\,dx}{J(x)G}$$

Aquí

ϕ = el ángulo de giro de un extremo del eje con respecto al otro extremo, medido en radianes

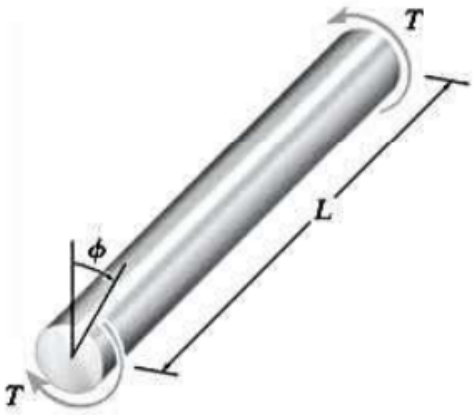
$T(x)$ = el *par de torsión interno* en la posición arbitraria x, que se encuentra mediante el método de las secciones y la ecuación de equilibrio de momentos aplicada respecto a la línea central del eje

$J(x)$ = el momento polar de inercia expresado como una función de la posición x

G = el módulo de elasticidad cortante para el material

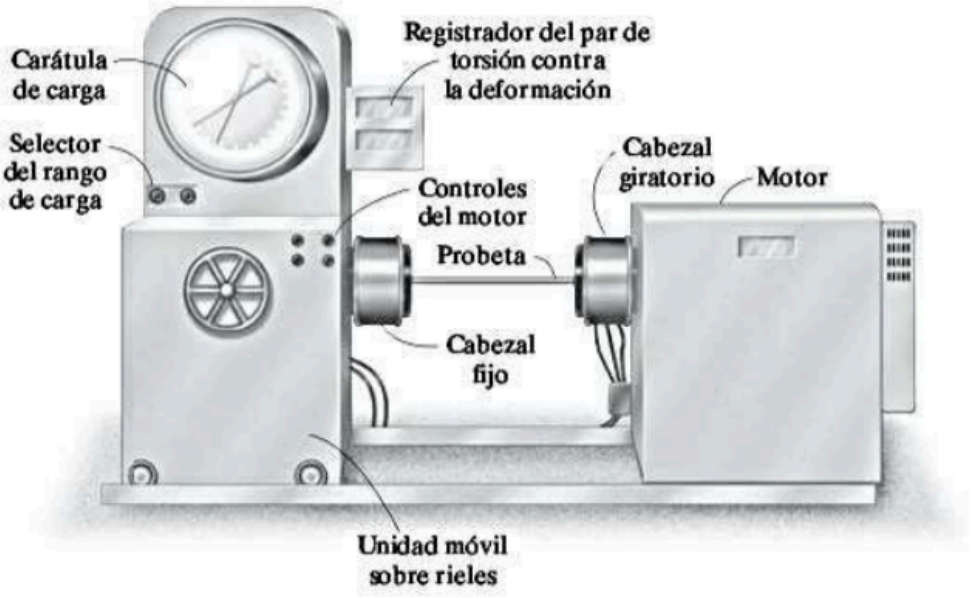
Par de torsión y area de seccion constantes

Por lo general, en la práctica de ingeniería el material es homogéneo, de modo que G es constante. Además, la sección transversal del eje y el par de torsión externo son constantes a lo largo del eje. Si éste es el caso, el par de torsión interno T(x) = T, el momento polar de inercia J(x)=J y la ecuación puede integrarse, de donde se obtiene:



$$\phi = \frac{TL}{JG}$$

La ecuación anterior se utiliza con frecuencia para determinar el módulo de elasticidad cortante G de un material. Para ello, se coloca una probeta de longitud y diámetro conocidos en una máquina para ensayos de torsión, como la que se muestra en la figura. Después, se mide el par de torsión T aplicado y el ángulo de giro en toda la longitud L.



Pares de torsión múltiples o no uniformes

Si el eje está sometido a varios pares de torsión diferentes, o el área de la sección transversal o el módulo cortante cambian abruptamente de una región del eje a otra, es posible aplicar la ecuación a cada segmento del eje donde todas estas cantidades sean constantes. El ángulo de giro de un extremo del eje con respecto al otro se encuentra a partir de la suma vectorial de los ángulos de giro de cada segmento. Para este caso:

$$\phi = \sum \frac{TL}{JG}$$

Metodología

Para la realización de esta práctica, se realizó un seguimiento de pasos para evaluar el comportamiento de materiales bajo condiciones de torsión. El procedimiento se desarrolló de la siguiente manera:

1. Selección y obtención de materiales:

El material sometido a torsión fue seleccionado en función del sistema mecánico disponible. Dado que el mecanismo se componía principalmente de engranes plásticos y ejes metálicos, y existía incertidumbre respecto a una posible falla por ruptura en los engranes, se optó por utilizar barras de silicón estándar como material de prueba.

2. Construcción del sistema que aplica torsión

Se diseñó un mecanismo basado en un conjunto de engranajes plásticos y ejes metálicos. La función de este sistema era transmitir el giro aplicado en la barra de silicón hacia otro eje, utilizando engranajes de gancho. La relación de transmisión obtenida fue de 0.0576 vueltas en el eje de salida por cada vuelta aplicada al material, lo cual permitía amplificar o reducir el movimiento para una mejor lectura del efecto de la torsión. De manera independiente se construyó el apoyo fijo para obtener un empotramiento del material.

3. Construcción del sistema de medición

Para medir la deformación angular del sistema, se diseñó un sistema de referencia visual. Este consistía en una estructura vertical de madera graduada de 0 a 10 cm, frente a la cual se colocó una polea conectada al eje de salida. La polea tenía un radio de 1.6 cm y se unía a un hilo que subía o bajaba según la torsión aplicada. El desplazamiento del hilo en centímetros permitía calcular el número de vueltas en el material mediante la fórmula:

$$Número\ de\ vueltas\ en\ el\ material\ = \frac{Desplazamiento\ vertical\ (cm)}{2\times\pi\times 1.6cm\times 0.0576}$$

Donde $2 \times \pi \times 1.6cm \times 0.0576$ nos daba el desplazamiento lineal del hilo de acuerdo a las vueltas ejercidas en el material a torcer.

4. Montaje

Se procedió a integrar el sistema completo: se fijaron los engranes, ejes y la barra de silicón, asegurando el correcto alineamiento y fijación de

las piezas. Se conectó la polea al eje de salida y se colocó el hilo sobre la escala vertical, dejando el sistema listo para la aplicación de carga.

5. Aplicación de torsión

Se aplicaron giros manuales al sistema, transmitidos a través de los engranes hacia la barra de silicón. Cada vuelta producía un desplazamiento que era registrado mediante el sistema de medición. Se realizaron múltiples pruebas, aumentando progresivamente la torsión, hasta obtener un comportamiento visible del material o alcanzar el límite seguro del sistema.

6. Torsión

Se registraron los desplazamientos verticales en la escala, los cuales fueron convertidos a número de vueltas mediante la relación establecida. Con ello se obtuvo el ángulo de torsión aplicado al material y se analizó su respuesta, observando la elasticidad, deformación permanente o falla.

Desarrollo de práctica

Materiales

- Kit de engranajes
- Madera
- Hilo
- Silicona
- Tornillos

Desarrollo

Para empezar nuestro compañero Paul fue el que nos organizó para realizar el proyecto ya que el fue quien ya tenía formulada la idea para realizar la máquina de torsión, donde nos explicó que mediante unos engranajes y poleas realizaremos el sistema de medición y ya la madera para la base de la máquina; enseguida nos dividimos el trabajo entre dos mitades del equipo, uno para acomodar los engranes y otro para cortar la madera.

Para el sistema de medición se decidió realizar una relación de engranajes de 12/50 la cual conectaba a una polea que al aplicar la torsión a la máquina se jalaría el hilo que sostiene la flecha de medición donde al romperse el material sometido a torsión (la barra de silicona), se observa la medición obtenida y se realizan los siguientes cálculos.

-0.0576 - vueltas a la salida

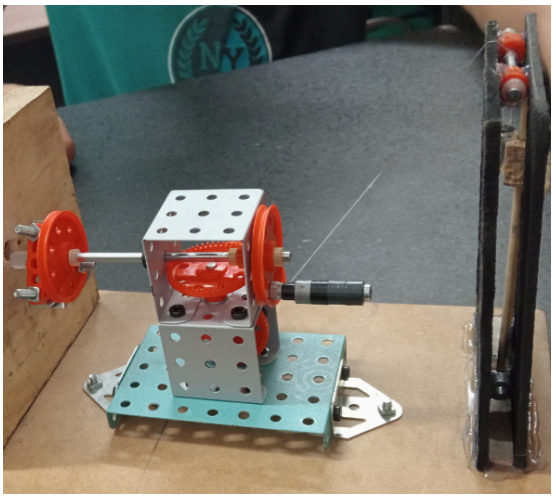
-1.6 cm radio de la polea

-6.2 cm medida obtenida por el sistema de medición de la máquina

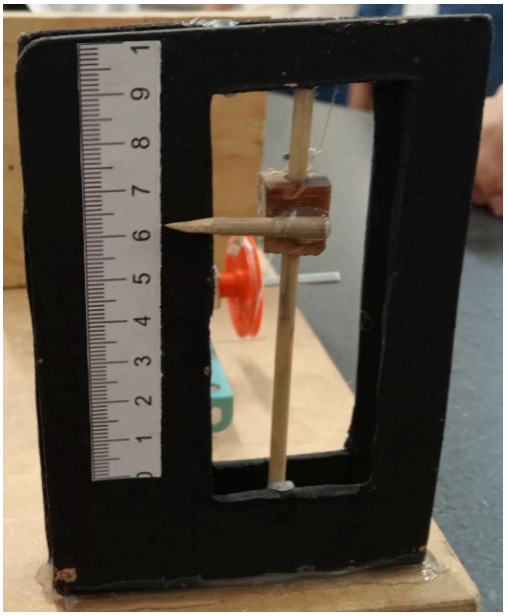
Para los cálculos se tiene que multiplicar las vueltas de salida (0.0576) por el perímetro de la polea (1.6 cm*2*π) lo que nos da el desplazamiento lineal del hilo, entonces la medida obtenida de la tabla de la máquina se divide sobre la relación anterior y se obtiene el ángulo de torsión

$Ø_A$ = 6.2 cm/(1.6 cm*2*π*0.0576) = 10.81 vueltas

Debido a que los engranajes también conectaban hacia el agarre del material sometido a torsión donde tuvimos dificultades ya que el primer diseño era difícil de utilizar aunque conseguimos realizar uno más práctico.



(Sistema de engranajes y poleas para la torsión)



(Sistema de medición)

Empezamos cortando la base para la máquina de aproximadamente 40 cm x 15 cm , enseguida las piezas que sostienen la silicona de aproximadamente 13 cm x 10 cm, con una perforación que hicimos después de tener fija la altura de las piezas de agarre del sistema de engranes procedimos a perforar con un taladro las tablas para poder poner la barra de silicona y a la última tabla le añadimos un tornillo que antes de ponerlo le rebajamos la punta para una mejor sujeción, y finalmente con clavos unimos las tablas perforadas a la base.

(Cortando las piezas)

(Dimensionando los puntos de perforación)

Resultados y análisis

Durante las pruebas realizadas con la máquina de torsión construida por el equipo, se utilizaron diferentes materiales para observar el comportamiento ante esfuerzos torsionales. El primer material sometido a ensayo fueron dos barras de silicón, las cuales presentaron una falla rápida y localizada.Al observar el comportamiento, se notó que ambas se rompían en el extremo sujeto al sistema de torsión. Con la ayuda del profesor, se identificó que esta falla se debía a un esfuerzo cortante elevado generado por el sistema de sujeción de la máquina. El diseño del agarre, al aplicar el giro, provocaba una concentración de esfuerzos en esa zona específica, lo cual, sumado a la alta elasticidad del silicón, causaba una ruptura prematura antes de que la deformación se distribuyera por toda la barra.

Este resultado evidenció que, aunque la máquina funcionaba correctamente en términos de transmitir la torsión y registrar el ángulo de giro, el diseño del mecanismo de sujeción influía directamente en los resultados del ensayo. Esto permitió reflexionar sobre la importancia de un buen diseño del sistema de fijación, especialmente cuando se trabaja con materiales altamente deformables.

Posteriormente, se reemplazó la barra de silicón por un pequeño palo de madera, material que posee una rigidez mayor y menor deformación elástica. En este caso, el comportamiento fue más uniforme, ya que la torsión se distribuyó a lo largo del cuerpo del palo y la ruptura ocurrió de manera más homogénea. Este resultado confirmó que el sistema era funcional y que, al utilizar un material más rígido y menos sensible al esfuerzo localizado, el ensayo era más representativo.

Además, se observó que al emplear materiales del mismo tipo, la ruptura ocurría con un número similar de vueltas, lo cual indica una buena repetibilidad del sistema de torsión construido. El sistema de medición con polea también funcionó correctamente, registrando desplazamientos verticales que se tradujeron de manera confiable en número de vueltas, permitiendo así el cálculo del ángulo de torsión aplicado.

En resumen, los resultados obtenidos permitieron validar tanto el funcionamiento de la máquina como su capacidad para ensayar materiales bajo torsión. Asimismo, se identificaron áreas de mejora, especialmente en el diseño del sistema de sujeción, lo cual es parte fundamental del análisis crítico en proyectos de ingeniería.

Conclusión

La realización de este proyecto nos permitió aplicar de manera práctica los conceptos fundamentales de la Mecánica de Materiales, especialmente aquellos relacionados con la torsión en elementos estructurales. A través del diseño y construcción de una máquina de torsión funcional, logramos comprender mejor el comportamiento de distintos materiales frente a esfuerzos torsionales, así como la importancia de parámetros como el esfuerzo cortante y el ángulo de deformación. Además, esta experiencia fortaleció nuestras habilidades en el trabajo en equipo, la solución de problemas técnicos y el uso de herramientas de diseño y manufactura. En resumen, este proyecto no solo cumplió con su propósito académico, sino que también representó un valioso paso en nuestra formación como futuros ingenieros.

Bibliografía

Hibbeler, R. C. (2011). *Mecánica de materiales* (8.ª ed.). Pearson Educación.

Beer, F. P., Johnston, E. R., DeWolf, J. T., & Mazurek, D. F. (2010). *Mecánica de materiales* (5ª ed.). McGraw-Hill.

Instituto Tecnológico de Celaya

Departamento de Ciencias Básicas

EXAMEN

2do Parcial de Mecánica de Materiales

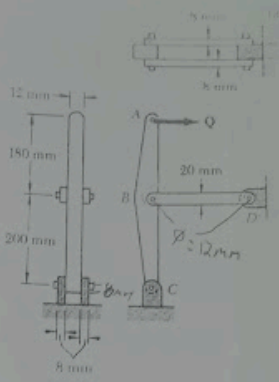
Nombre Ramirez Bustos Saul 2/3

1.- Se emplea un pasador de 8 mm en C y pasadores de 12 mm de diametro en B y D. El esfuerzo por cortante final es de 125 MPa en todas las conexiones y el esfuerzo normal final de las barras articuladas BD es de 288 MPa. Hallar la carga Q, para la cual el factor de seguridad es de 2.5

$\tau_{final} = 125 MPa = 125 \times 10^6 Pa$ Q = ?

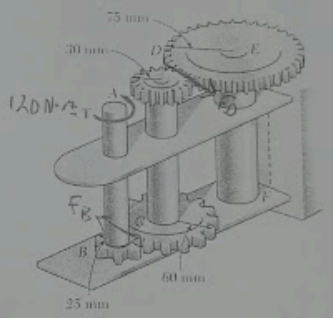
$\sigma_{final} = 288 MPa = 288 \times 10^6 Pa$

$F.S. = 2.5$



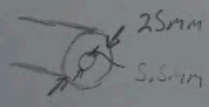
2.- Un par de torsión con magnitud T = 120 N • m se aplica al eje AB del tren de engranes mostrado. Si se sabe que el esfuerzo cortante permisible en cada uno de los tres ejes sólidos es de 75 MPa, determine el diámetro requerido de a) el eje AB, b) el eje CD, c) el eje EF.

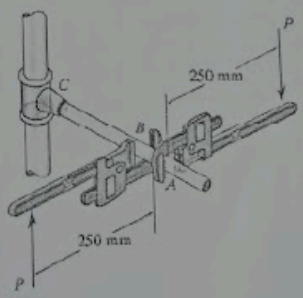
$\tau = 75 MPa$



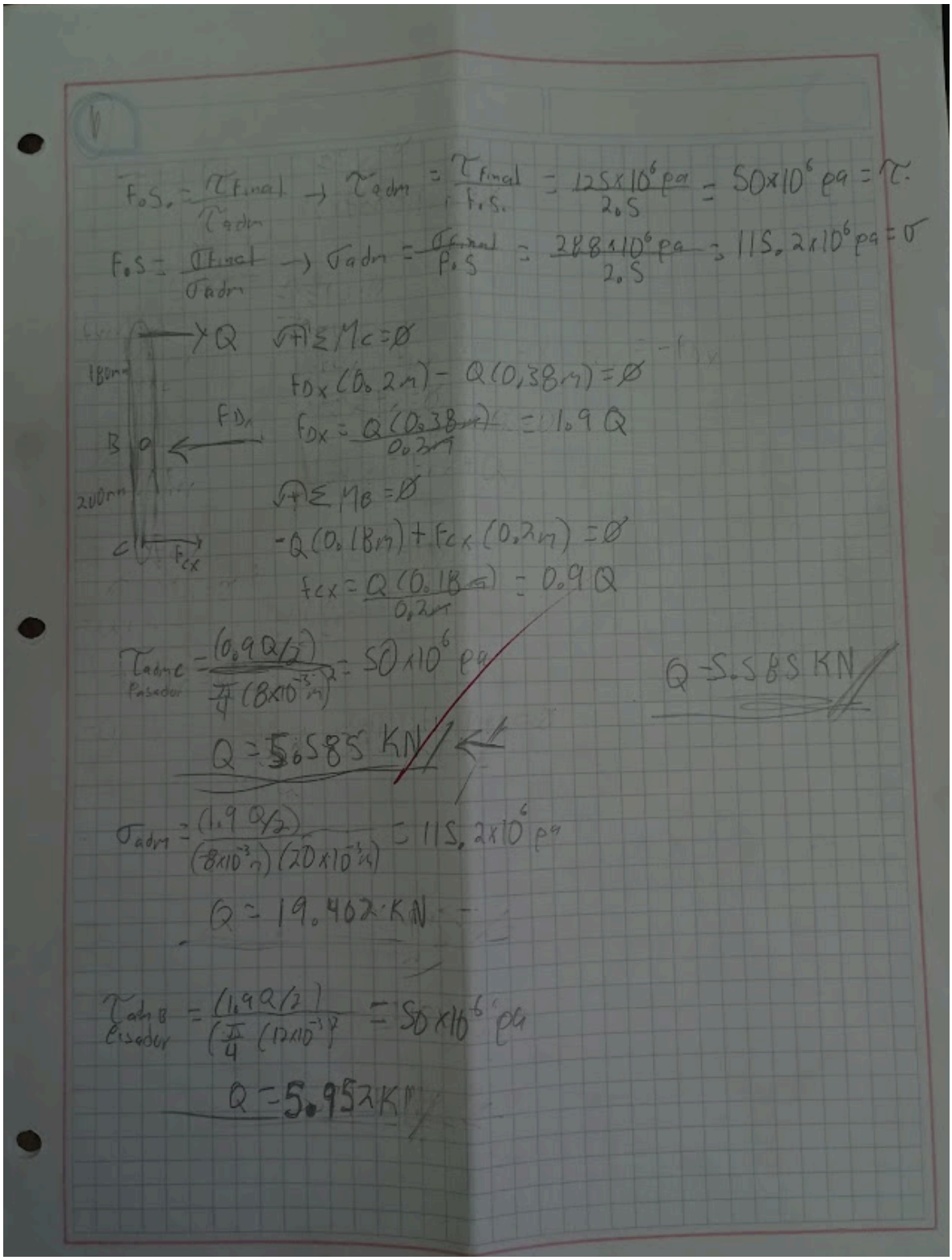
3.- Dos llaves se utilizan para apretar un tubo de acero galvanizado, el cual tiene un esfuerzo cortante permisible de 92 MPa, determine la fuerza permisible P que debe aplicarse a cada llave. El tubo tiene diámetro exterior de 25 mm y tiene un espesor de pared de 5.5 mm.

$\tau = 92 MPa$





Aquí no hay medios puntos. O está bien, o está mal.
La deshonestidad en el examen se castiga con la anulación de este.



$F.S. = \frac{\tau_{final}}{\tau_{adm}} \rightarrow \tau_{adm} = \frac{\tau_{final}}{F.S.} = \frac{125 \times 10^6 \text{ pa}}{2.5} = 50 \times 10^6 \text{ pa} = \tau$

$F.S = \frac{\sigma_{final}}{\sigma_{adm}} \rightarrow \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{final}}{F.S} = \frac{288 \times 10^6 \text{ pa}}{2.5} = 115.2 \times 10^6 \text{ pa} = \sigma$

$\curvearrowright + \sum M_C = 0$

$F_{DX}(0.2m) - Q(0.38m) = 0$

$F_{DX} = \frac{Q(0.38m)}{0.2m} = 1.9Q$

$\curvearrowright + \sum M_B = 0$

$-Q(0.18m) + F_{CX}(0.2m) = 0$

$F_{CX} = \frac{Q(0.18m)}{0.2m} = 0.9Q$

$\tau_{adm\ Pasador} = \frac{(0.9Q/2)}{\frac{\pi}{4}(8 \times 10^{-3}m)^2} = 50 \times 10^6 \text{ pa}$

$Q = 5.585 \text{ KN}$

$Q = 5.585 \text{ KN}$

$\sigma_{adm} = \frac{(1.9Q/2)}{(8 \times 10^{-3}m)(20 \times 10^{-3}m)} = 115.2 \times 10^6 \text{ pa}$

$Q = 19.462 \text{ KN}$

$\tau_{adm\ B\ Pasador} = \frac{(1.9Q/2)}{(\frac{\pi}{4}(12 \times 10^{-3})^2} = 50 \times 10^6 \text{ pa}$

$Q = 5.952 \text{ KN}$

$\tau = 75 \times 10^6$ pa

2 $M_A = 120$ N·m

$M_A = M_B$

$M = F r \quad F_B = \frac{M_A}{r_B} = \frac{120 \text{ N·m}}{0.025 \text{ m}} = 4800$ N

$F_C = F_B$

$M_C = F_B r_C = (4800 \text{ N})(60 \times 10^{-3} \text{ m}) = 288$ N·m

$M_D = M_C$

$F_D = \frac{M_C}{r_D} = \frac{288 \text{ N·m}}{30 \times 10^{-3} \text{ m}} = 9600$ N

$F_D = F_E$

$M_E = F_E r_E = (9600 \text{ N})(75 \times 10^{-3}) = 720$ N·m

AB

$75 \times 10^6 \text{ pa} = \frac{120 \text{ N·m}}{\left(\frac{\pi}{2}\right) r_{AB}^3} \rightarrow r_{AB} = 10.061$ mm

$D_{AB} = 2 r_{AB} = 20.1231$ mm

CD

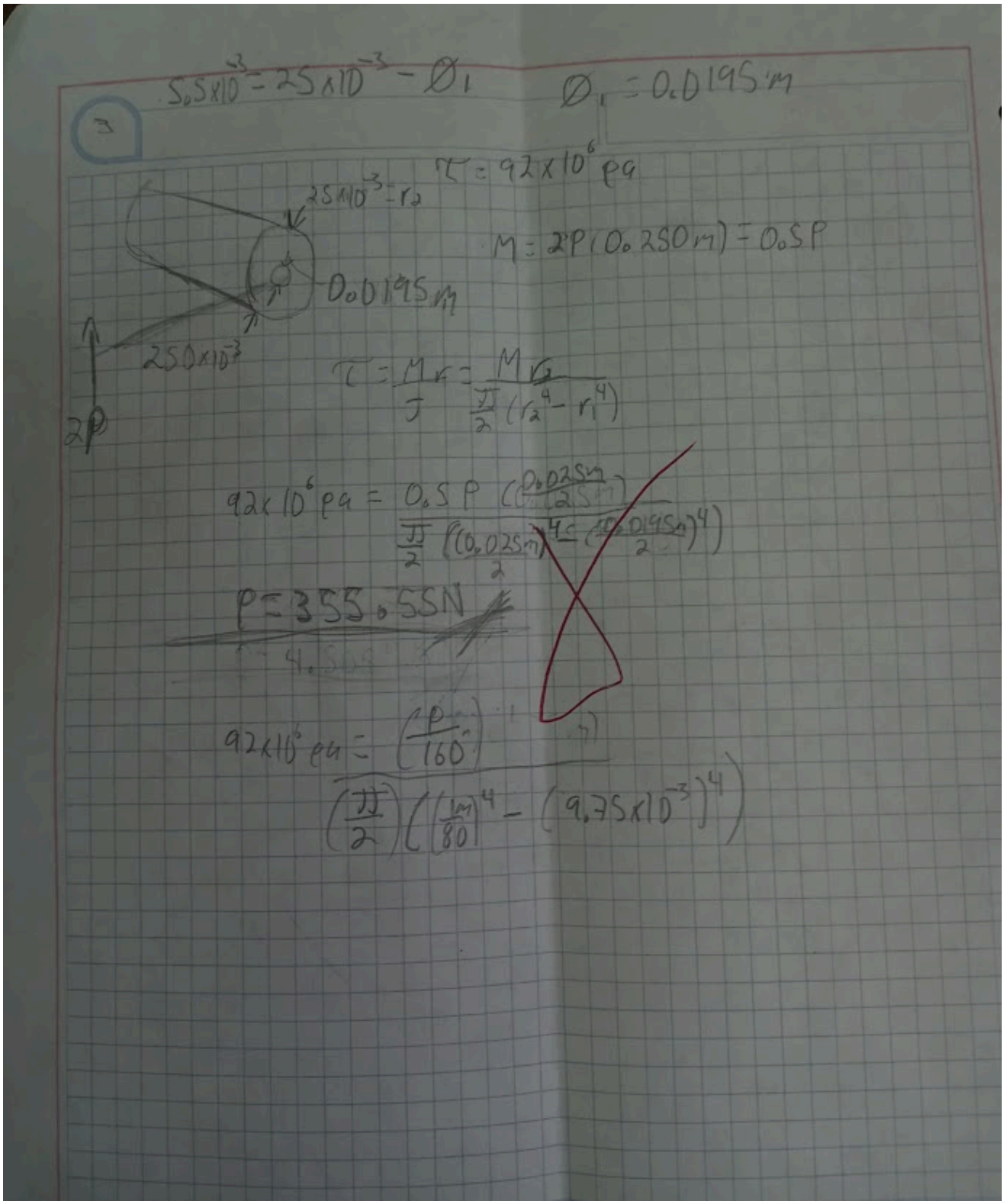
$75 \times 10^6 \text{ pa} = \frac{288 \text{ N·m}}{\left(\frac{\pi}{2}\right) r_{CD}^3} \rightarrow r_{CD} = 13.47$ mm

$D_{CD} = 2 r_{CD} = 26.9422$ mm

EF

$75 \times 10^6 \text{ pa} = \frac{720 \text{ N·m}}{\left(\frac{\pi}{2}\right) r_{EF}^3} \rightarrow r_{EF} = 18.28$ mm

$D_{EF} = 2 r_{EF} = 36.5662$ mm


3
$5.5\times10^{-3} = 25\times10^{-3} - \emptyset_1$
$\emptyset_1 = 0.0195\,m$
$\tau = 92\times10^6\,Pa$
$25\times10^{-3} = r_2$
$M = 2P(0.250\,m) = 0.5P$
$0.0195\,m$
250×10^{-3}
$2P$
$\tau = \frac{Mr}{J} = \frac{Mr_2}{\frac{\pi}{2}(r_2^4 - r_1^4)}$
$92\times10^6\,Pa = \frac{0.5P\left(\frac{0.025m}{2}\right)}{\frac{\pi}{2}\left[\left(\frac{0.025m}{2}\right)^4 - \left(\frac{0.0195m}{2}\right)^4\right]}$
$P = 355.55N$
$92\times10^6\,Pa = \frac{\left(\frac{P}{160}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)\left[\left(\frac{1m}{80}\right)^4 - (9.75\times10^{-3})^4\right]}$

Instituto Tecnológico de Celaya

Departamento de Ciencias Básicas

PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS 3ER PARCIAL

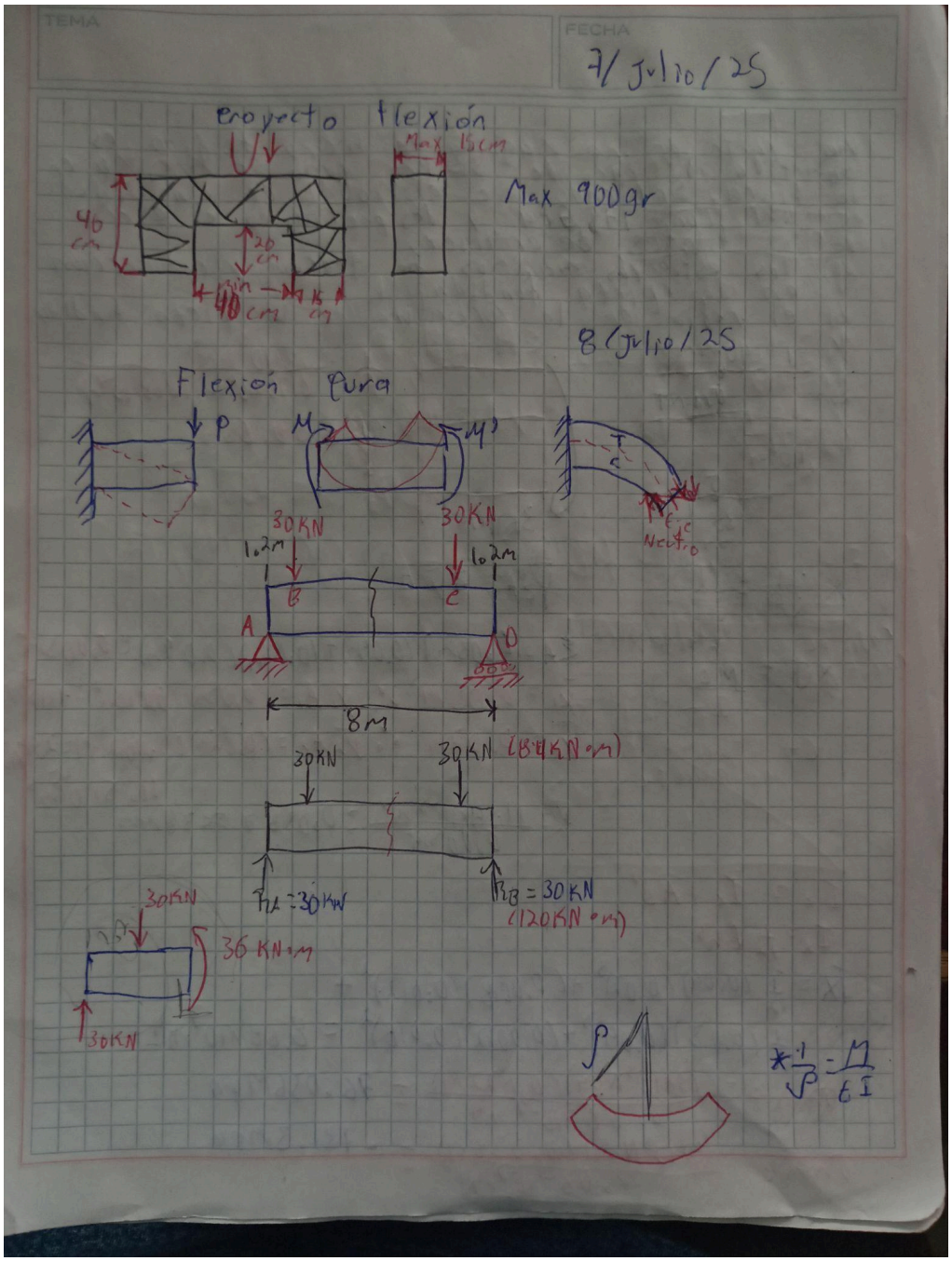
NOMBRE DE LA MATERIA: MECÁNICA DE MATERIALES

NOMBRE DEL ALUMNO: RAMÍREZ BUSTOS SAUL

ESPECIALIDAD: MECATRONICA

NOMBRE DEL DOCENTE: EFRÉN ARRIAGA GONZÁLEZ

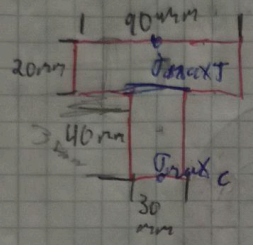
APUNTES


TEMA
FECHA
7/ Julio/25
Proyecto
Flexión
Max 15cm
40 cm
20 cm
40 cm
Max 900gr
8/Julio/25
Flexión Pura
P
M
M'
30KN
30KN
1.2m
1.2m
A
B
C
D
8m
30KN
30KN
(108KN·m)
R_A = 30KN
R_B = 30KN
(120KN·m)
30KN
36 KN·m
30KN
Eje Neutro
$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$

Una parte de una maquina de hierro fundido es sometida al par de 3KN·m como se muestra en la figura. Sabiendo que el modulo de elasticidad es igual a 175 GPa y despreciando el efecto de los filetes, determinar,

a) los esfuerzos maximos de traccion y compresion en la pieza fundida

b) el radio de la curvatura de la pieza fundida



$\frac{1}{\rho} = \frac{3\times10^{3}\ N\cdot m}{(175\times10^{9}\ Pa)(6.68\times10^{-7}\ m^4)}$

$\rho = 5\,0.63\ m$

$* \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$

radio de curvatura — momento — segundo momento de area

$* \sigma = \frac{Mc}{I}$

c → distancia de $\sigma_{max\ T}$ a c

$\bar{Y}\Sigma A = \Sigma \bar{y} A$

$\Sigma A = [0.03m](0.09m) + (0.02m)(0.09m) = 0.0027m^2$

$\bar{y}_1 = 0.05\ m \therefore \bar{y}_1 A_1 = (0.05m)(0.0018m^2) = 9\times10^{-5}\ m^3$

$\bar{y}_2 = 0.02m \therefore \bar{y}_2 A_2 = (0.02m)(0.0012m^2) = 2.4\times10^{-5}\ m^3$

$11.5\times10^{-5}\ m^3$

$\bar{Y} = \frac{11.4\times10^{-5}\ m^3}{0.0027m^2} = 0.038m \approx 38mm$

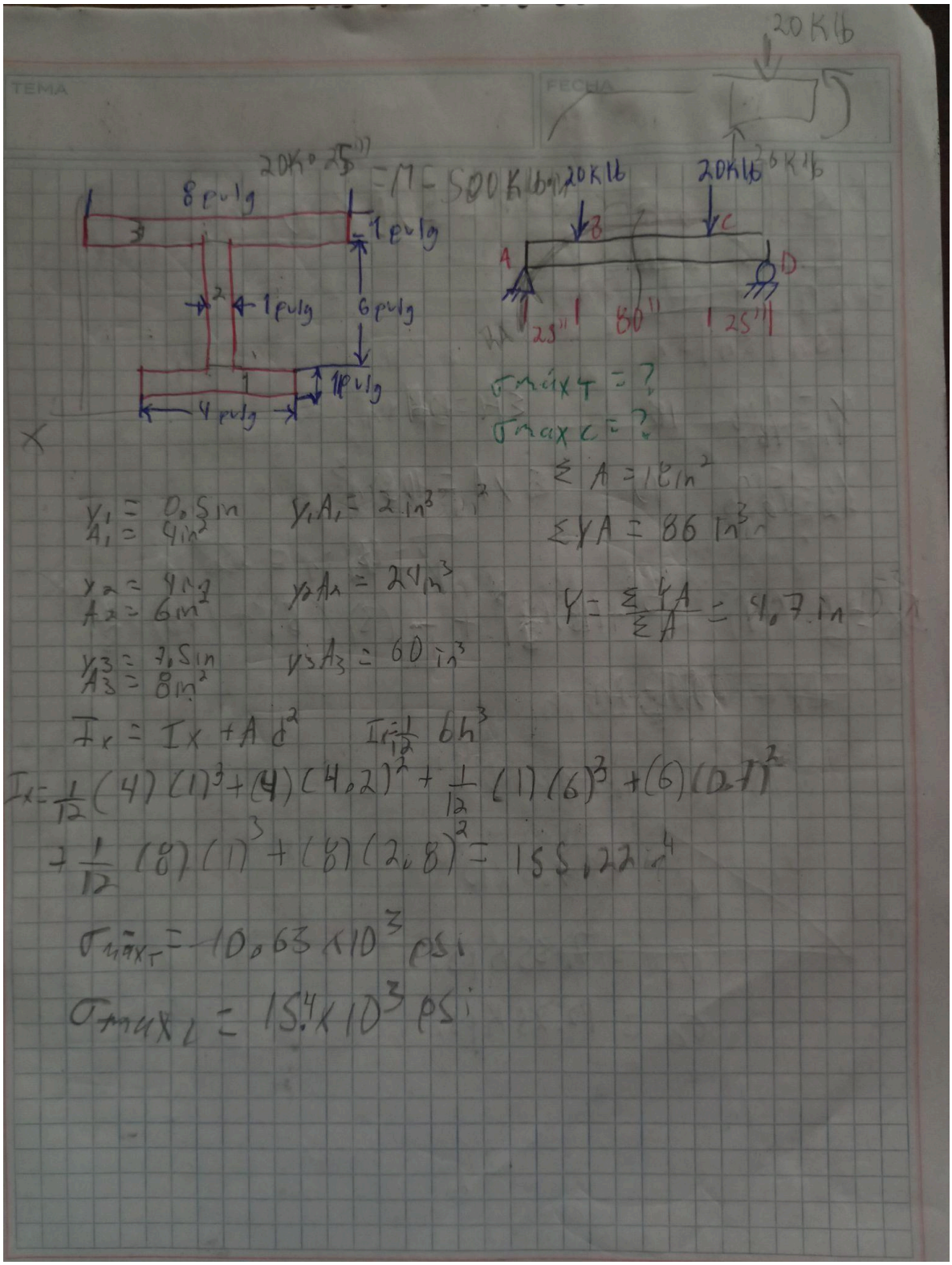
$I_x = \bar{I}_x + Ad^2$

$I_x = \frac{1}{12}bh^3$

$Ix = \frac{1}{12}(0.09)(0.02)^3 + (0.0018)(0.012)^2 + \frac{1}{12}(0.03)(0.04)^3 + (0.0012)(0.018)^2 = 8.68\times10^{-7}\ m^4$

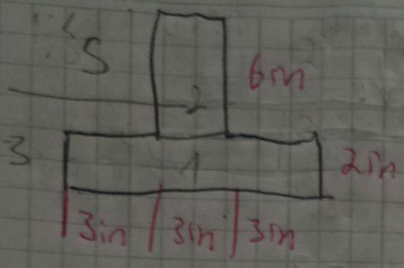
$\sigma_{max\ T} = \frac{(3\times10^{3}\ N\cdot m)(0.022m)}{8.68\times10^{-7}\ m^4} = 76.036Mpa$

$\sigma_{max\ C} \quad \frac{(3\times10^{3}\ N\cdot m)(0.038m)}{8.68\times10^{-7}\ m^4} = -131.3Mpa$


20 Klb
TEMA
FECHA
20K*.25"
M = 500 Klb-in
8 pulg
1 pulg
1 pulg
6 pulg
1 pulg
4 pulg
20Klb
20Klb
20Klb
A
B
C
D
25"
80"
125"
σmáx T = ?
σmáx C = ?
Σ A = 16 in²
Σ yA = 86 in³
ȳ = Σ yA / Σ A = 4,7 in
y1 = 0,5 in
A1 = 4 in²
y1A1 = 2 in³
y2 = 4 in
A2 = 6 in²
y2A2 = 24 in³
y3 = 7,5 in
A3 = 8 in²
y3A3 = 60 in³
Ix = Ix + A d²
Ix = 1/12 bh³
Ix = 1/12 (4)(1)³ + (4)(4,2)² + 1/12 (1)(6)³ + (6)(0,7)²
+ 1/12 (8)(1)³ + (8)(2,8)² = 155,22 in⁴
σmáx T = 10,63 x 10³ psi
σmáx C = 15,4 x 10³ psi

TEMA

FECHA



$M = 500\ kip\cdot in$

$y_1 = 1in \quad 18$
$A_1 = 18in^2$

$y_2 = 5in \quad 90$
$A_2 = 6in^2$

$\Sigma A = 36\ in^2$

$\Sigma yA = 108\ in^3$

$\bar{y} = 3\ in =$

$$I_x = \frac{1}{12}(9)(2)^3 + (18)(2)^2 + \frac{1}{12}(3)(6)^3 + (18)(2)^2$$

$I_x = 204\ in^4$

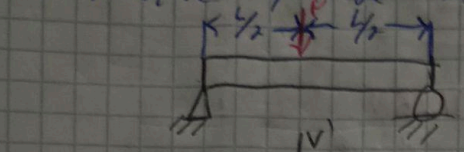
$\sigma_t = 7.35\ Kpsi$

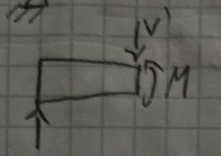
$\sigma_c = 12.25\ Kpsi$

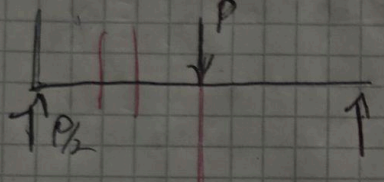
TEMA

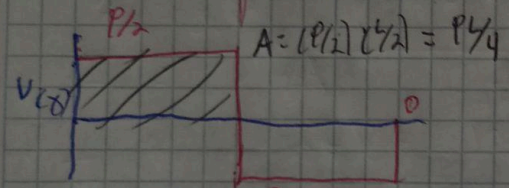
FECHA 9/Jul/10/25

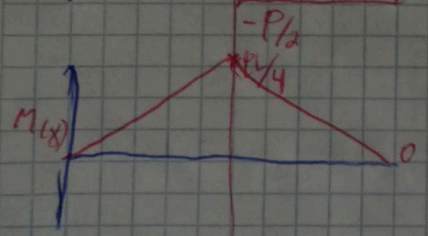
Diagramas de cortante y de momentos





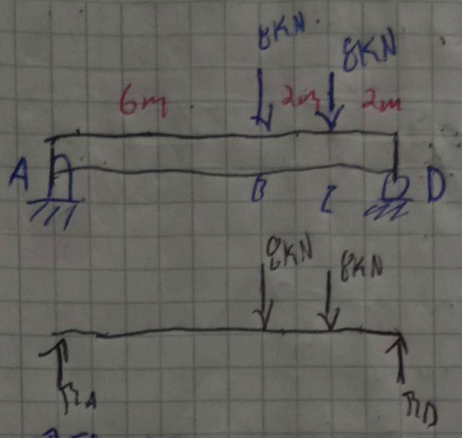






TEMA

FECHA



$R_D = 11.2\,KN$

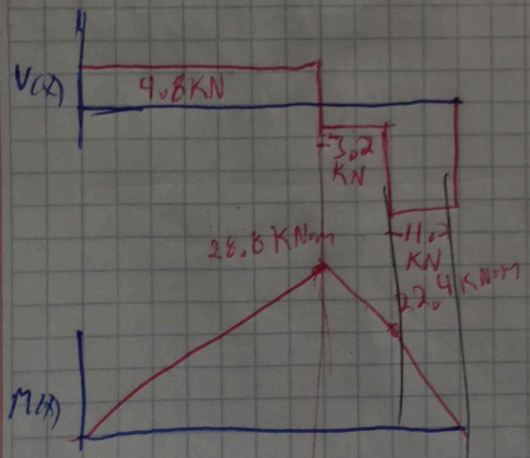
$R_A = 4.8\,KN$

$+\uparrow \sum F_y = 0$

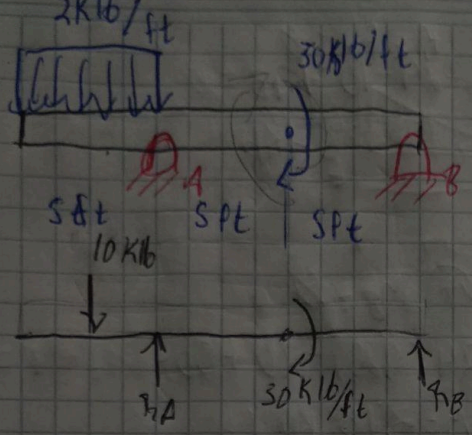
$R_A + R_D = 16\,KN$

$+) \sum M_A = 0$

$R_D(10) = (8KN)(6m) + (8KN)(8KN)$



TEMA FECHA

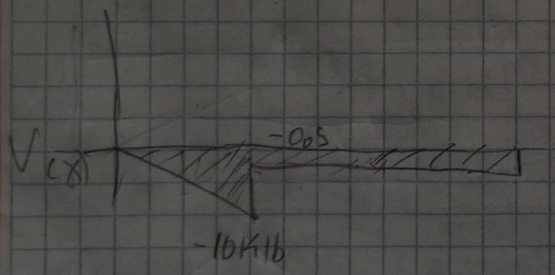


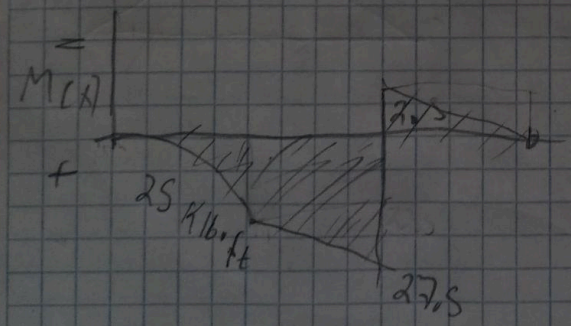
$+\circlearrowleft \sum F_y = 0$

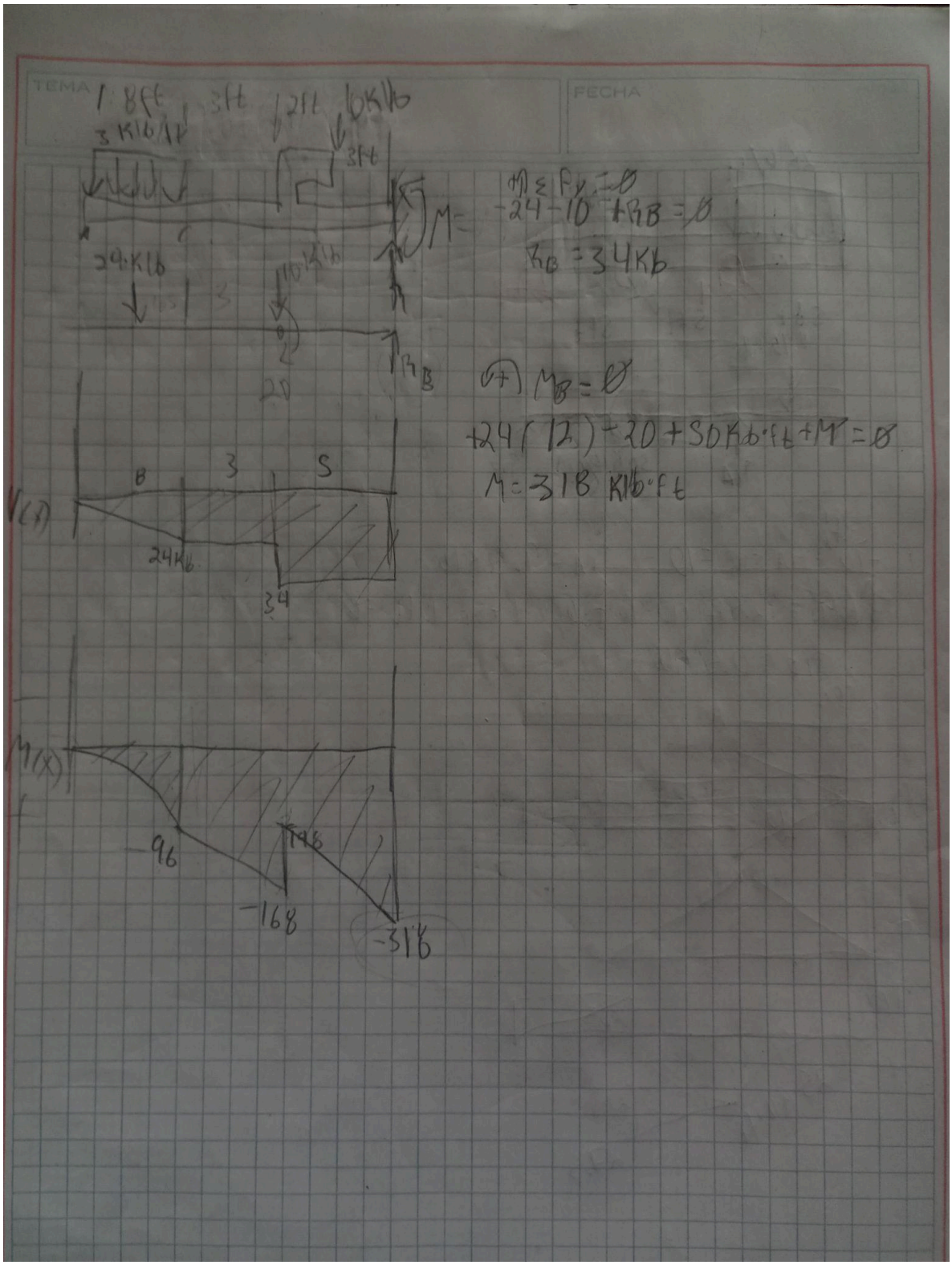
$+\uparrow + R_A + R_B = 10 \rightarrow R_A = 9.5\ Klb$

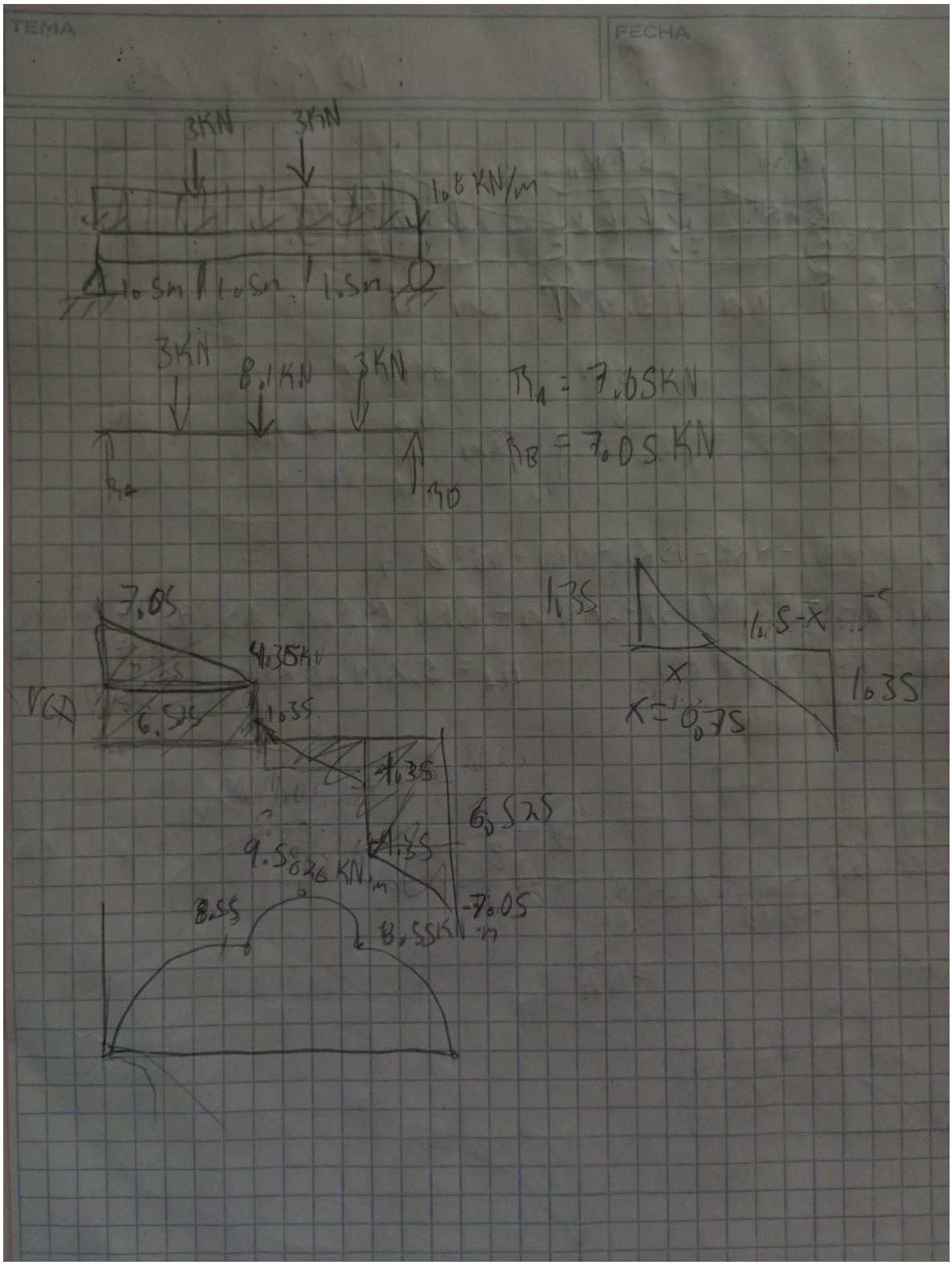
$\circlearrowleft \sum M_A = (2.5\,ft)(10\,Klb) - 30\,Klb\,ft + R_B(10\,ft) = 0$

$R_B = 0.5\ Klb$



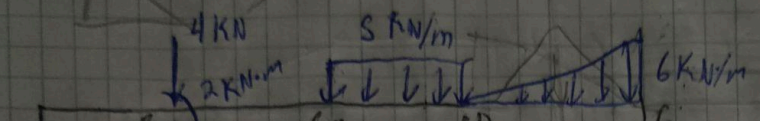


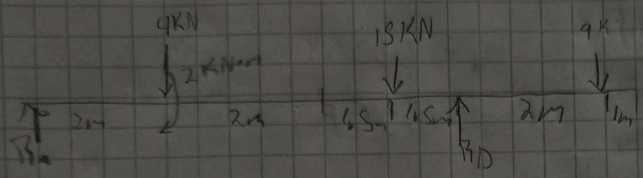

TEMA
FECHA
3 Klb/ft
3ft
2ft
10Klb
24Klb
10Klb
M=
$\sum F_y = 0$
$-24 - 10 + R_B = 0$
$R_B = 34Klb$
$\sum M_B = 0$
$+24(12) + 20 + 50Klb\cdot ft + M = 0$
$M = -318\ Klb\cdot ft$
V(x)
24Klb
34
M(x)
-96
-168
-318


TEMA
FECHA
3KN
3KN
1.8 KN/m
1.5m
1.5m
1.5m
3KN
8.1KN
3KN
$R_A = 7.05KN$
$R_B = 7.05 KN$
R_A
R_B
7.05
4.35KN
1.35
6.525
V(x)
1.35
1.35
6.525
9.5826 KN/m
8.55
8.55KN/m
-7.05
1.35
1.5-x
x
x=0.75
1.35

TEMA

FECHA 10/Jul/20

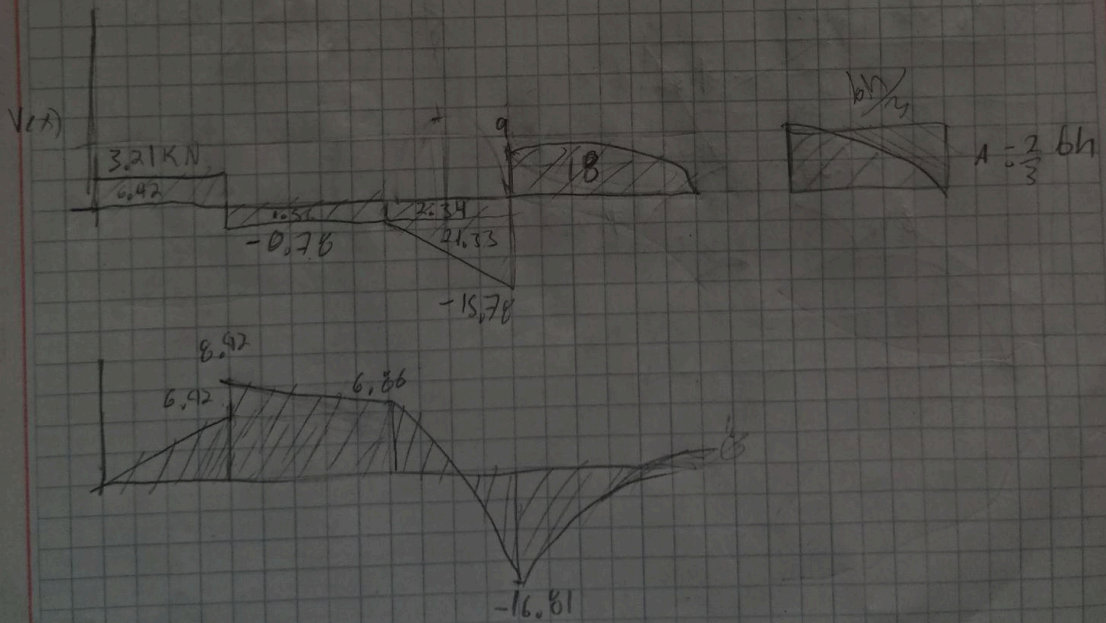


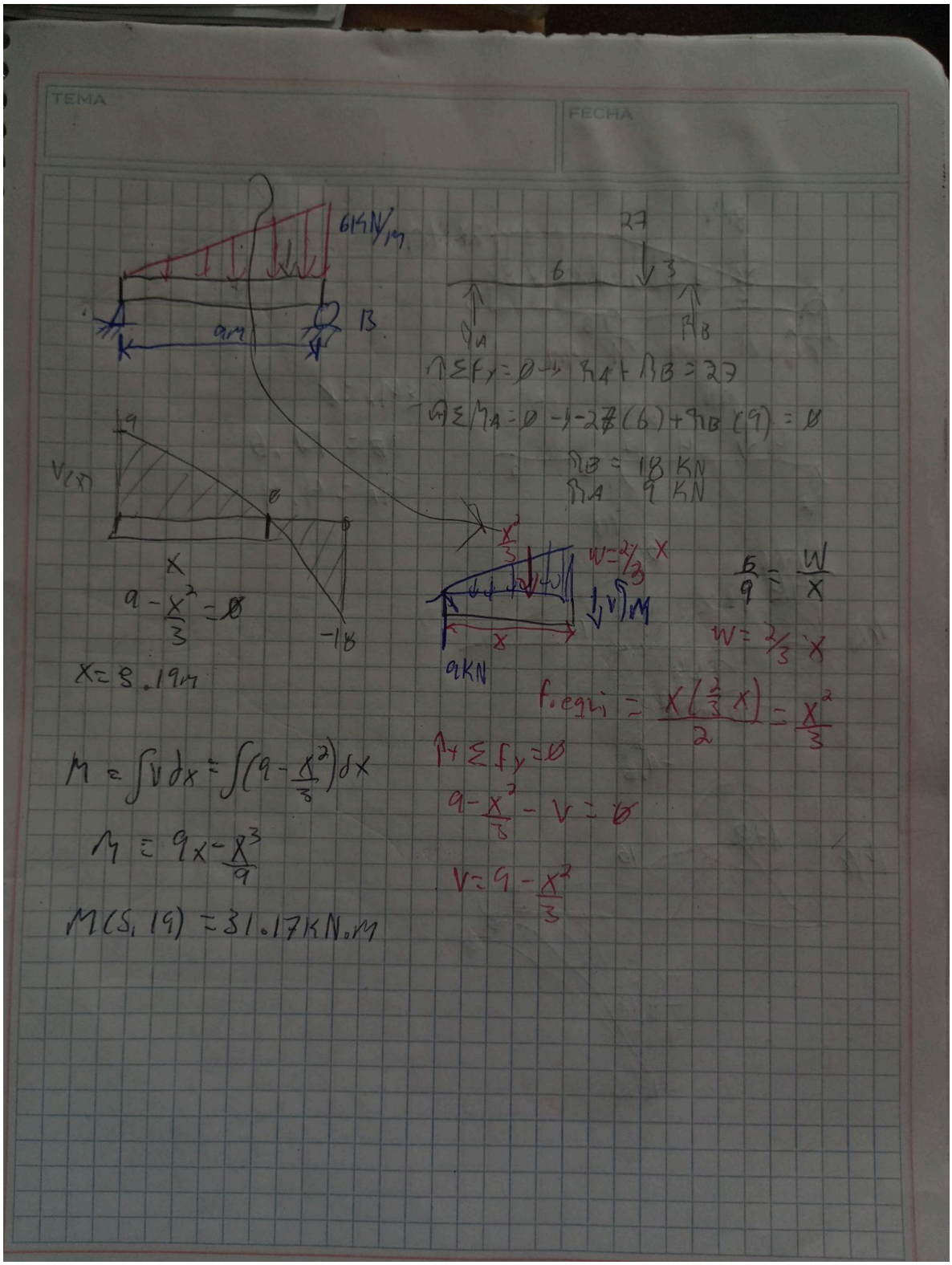


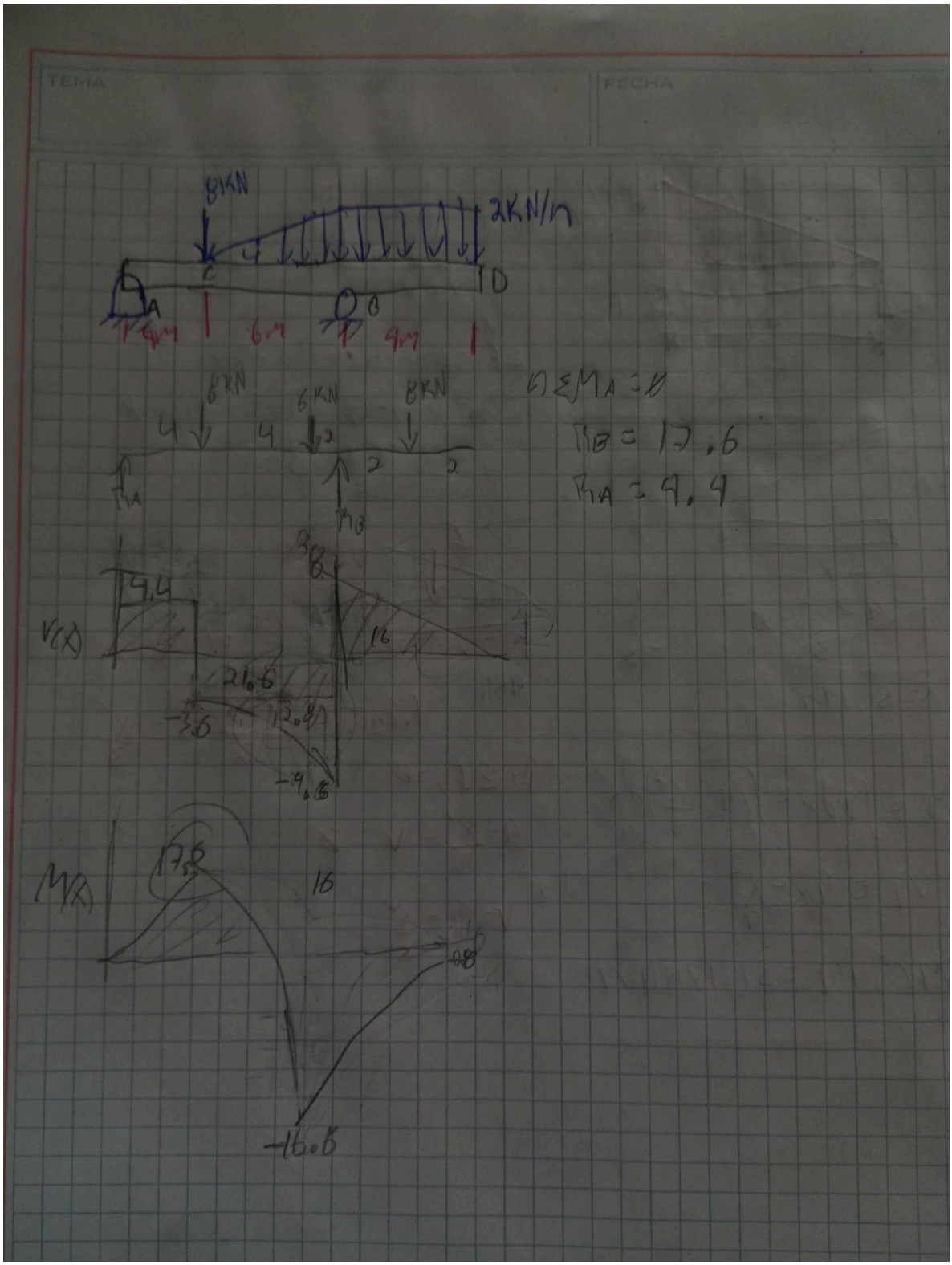
$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow R_A - 4KN - 15KN - 9KN + R_D = 0$ (1)

$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \rightarrow -(4KN)(2m) - 2KN\cdot m - (15KN)(5.5m) + R_D(9m) - (9KN)(9.5m) = 0$ (2)

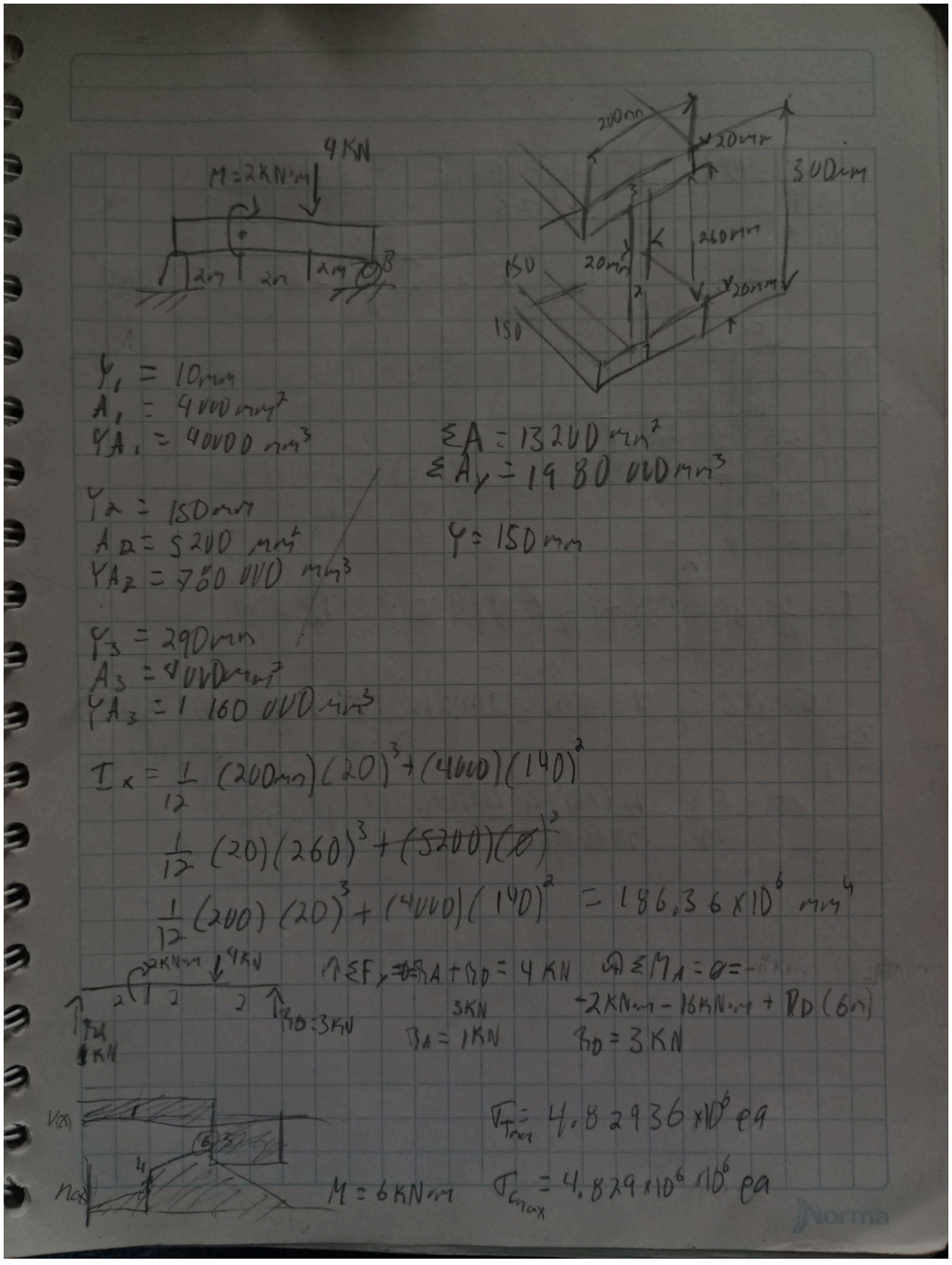
$R_D = 29.7857\ KN$ $\qquad R_A = 3.21428\ KN$




TEMA
FECHA
6KN/m
6m
B
9
V(x)
x
-18
$q - \frac{x^2}{3} = 0$
$x = 8.19m$
$M = \int V dx = \int (q - \frac{x^2}{3}) dx$
$M = qx - \frac{x^3}{9}$
$M(8.19) = 31.17 KN.m$
27
6
3
R_A
R_B
$\uparrow \Sigma F_y = 0 \rightarrow R_A + R_B = 27$
$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \rightarrow -27(6) + R_B(9) = 0$
$R_B = 18 KN$
$R_A = 9 KN$
$\frac{x^2}{3}$
$w = \frac{2}{3}x$
x
9KN
$\frac{6}{9} = \frac{W}{x}$
$W = \frac{2}{3}x$
$f.eq_i = \frac{x(\frac{2}{3}x)}{2} = \frac{x^2}{3}$
$\uparrow + \Sigma F_y = 0$
$q - \frac{x^2}{3} - V = 0$
$V = q - \frac{x^2}{3}$


TEMA
FECHA
8KN
2KN/m
C
D
A
B
4m
6m
9m
8KN
6KN
8KN
ΣMA = 0
RB = 17.6
RA = 9.4
RA
RB
9.4
V(x)
16
21.6
-3.6
-9.6
M(x)
17.6
16
-16.6

EJERCICIOS DE PRÁCTICA



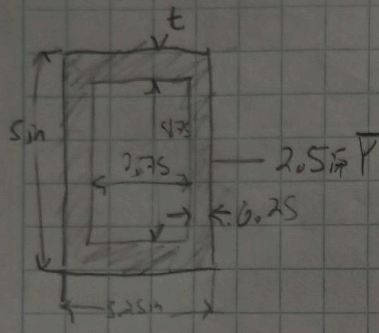
$\sigma_y = 40\ Kpsi$ $\quad \sigma_u = 60\ Kpsi$ $\quad E = 10.6 \times 10^6\ psi$

$F.S. = 3$

a) M

b) ρ

$$F.S. = \frac{\sigma_u}{\sigma_{perm}} \rightarrow \sigma_{perm} = \frac{\sigma_u}{F.S.} = \frac{60\ Ksi}{3} = 20\ Ksi$$

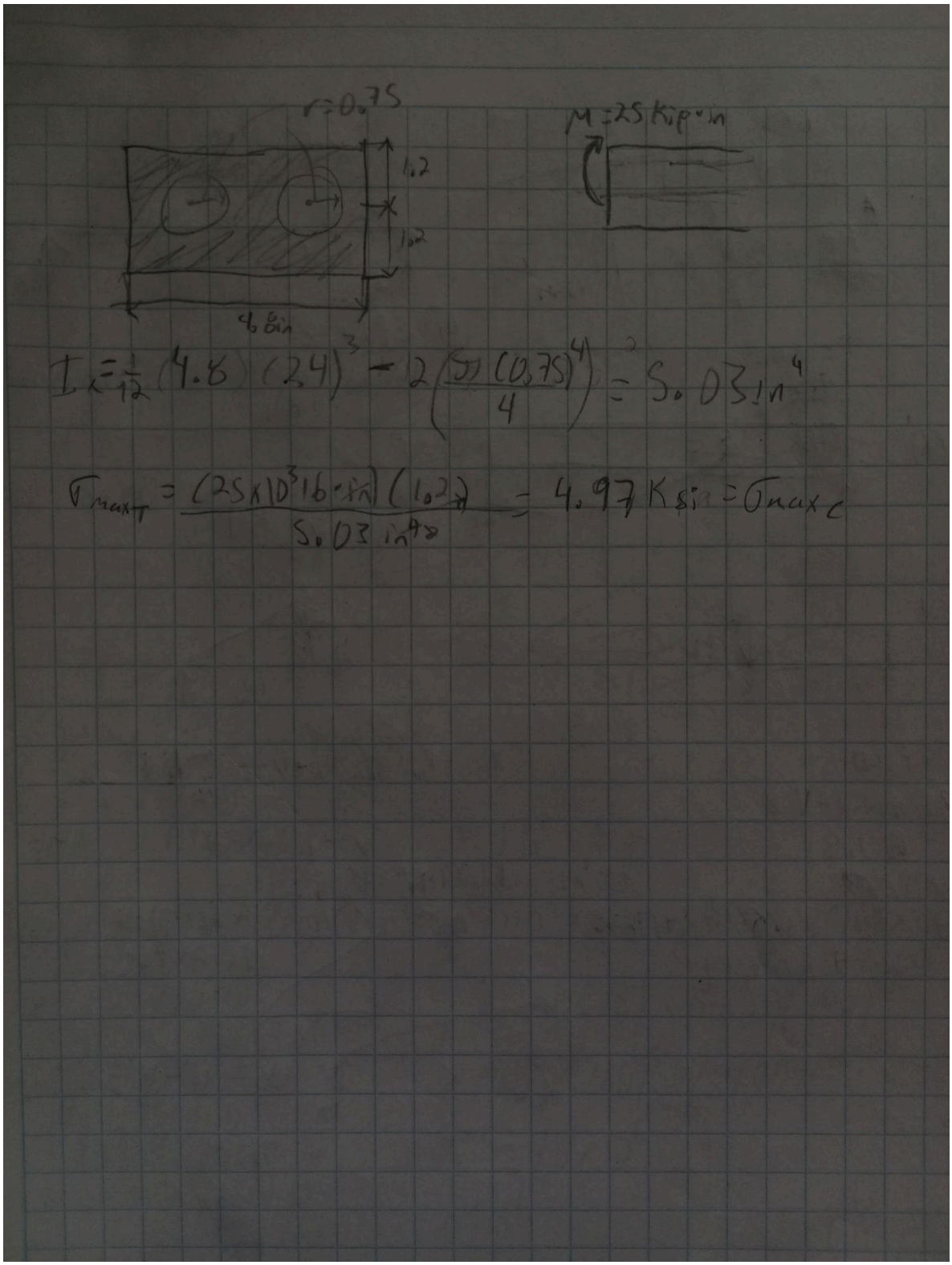


$$I_x = \frac{1}{12}(3.25)(5)^3 - \left(\frac{1}{12}\right)(2.75)(4.5)^3 = 12.971\ in^4$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \rightarrow M = \frac{\sigma \cdot I}{c} = \frac{(20 \times 10^3\ psi)(12.971\ in^4)}{2.5in} = 103760\ lbin$$

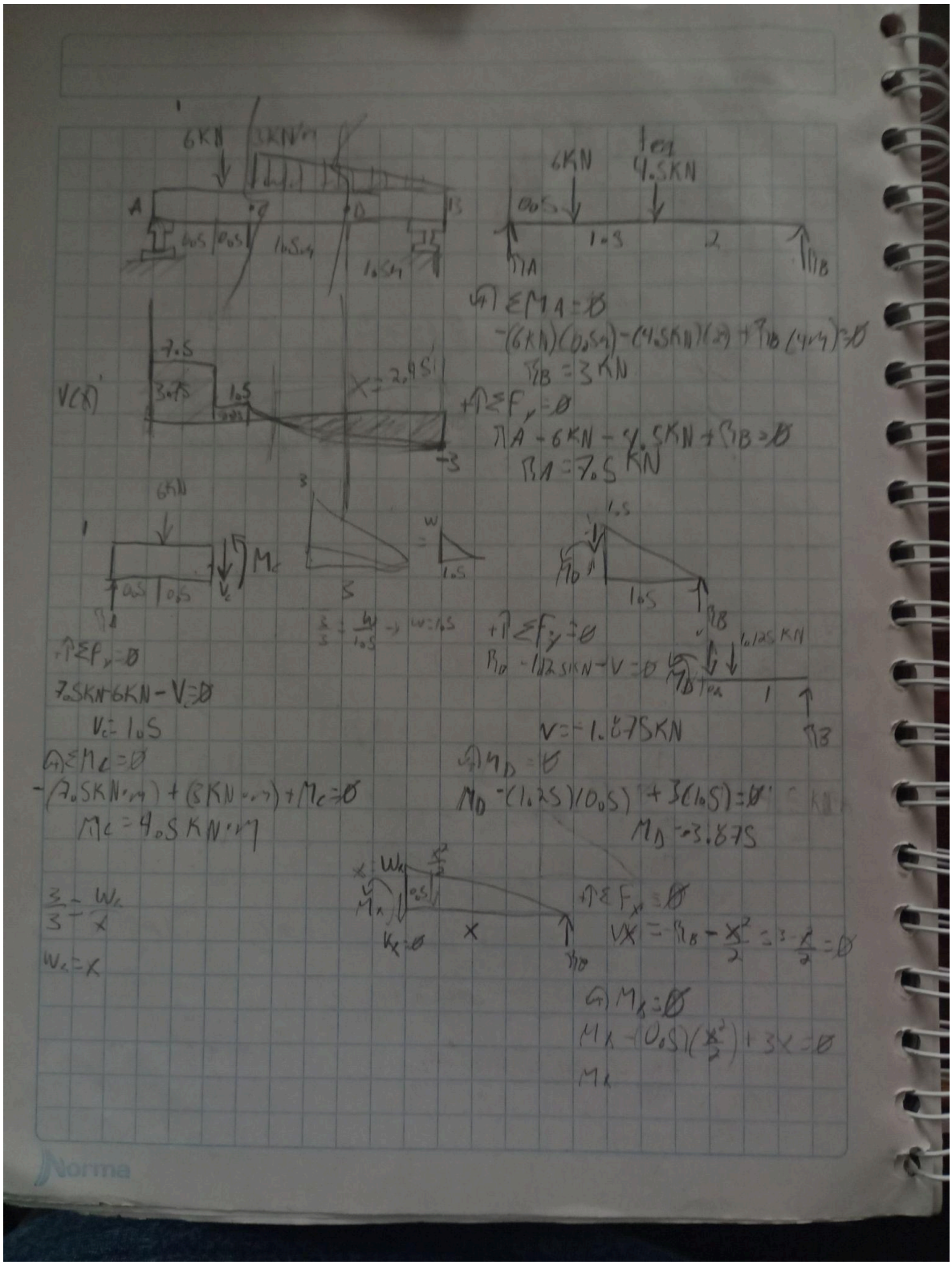
$$103.76\ Klbin$$

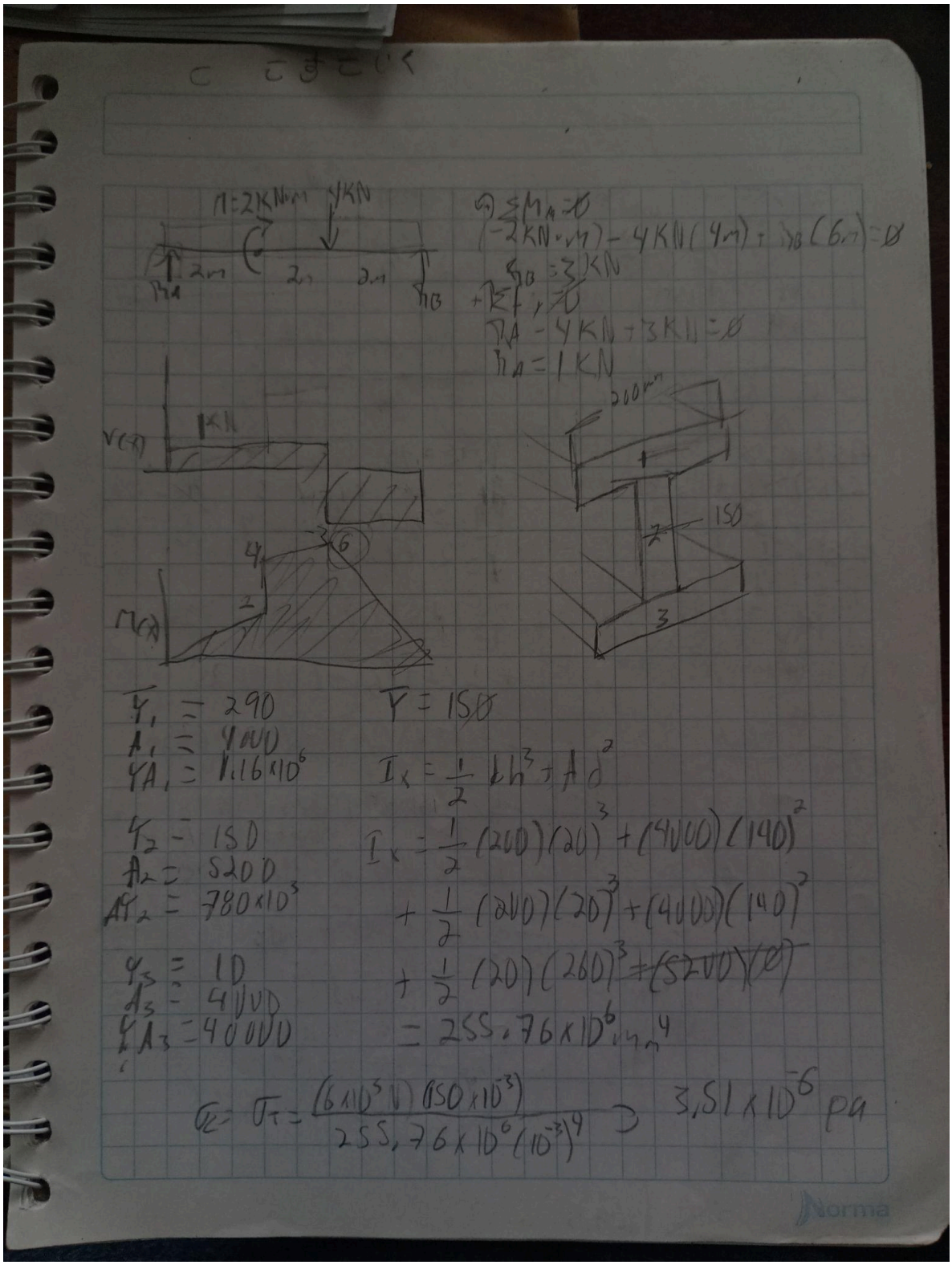
$$\rho = \frac{EI}{M} = \frac{(10.6 \times 10^6\ psi)(12.971\ in^4)}{103760\ lbin} = 1325in$$

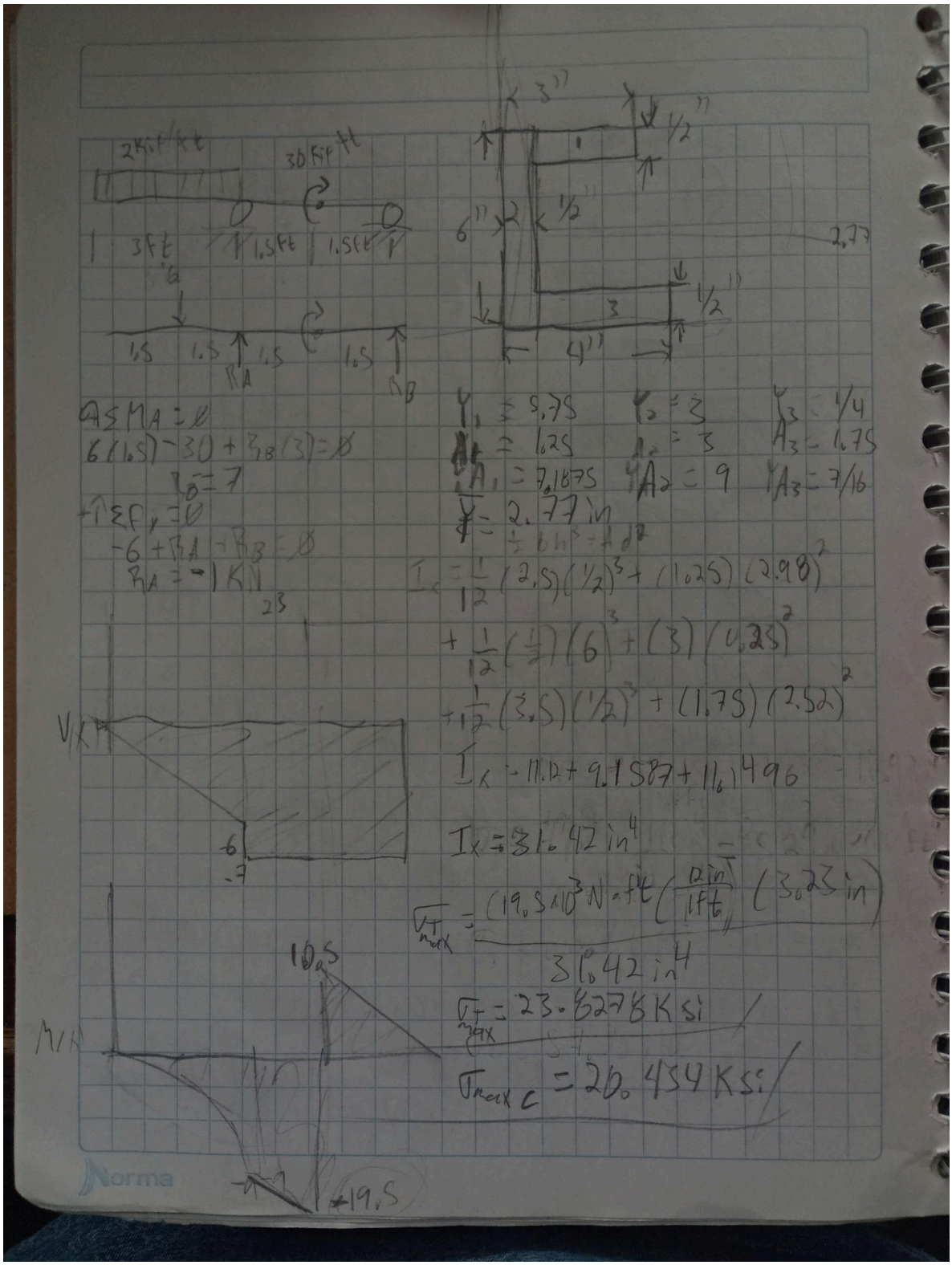


$$I_x = \frac{1}{12}(4.8)(2.4)^3 - 2\left(\frac{\pi}{4}(0.75)^4\right) = 5.03\,in^4$$

$$\sigma_{max_T} = \frac{(25\times10^3\,16\cdot in)(1.2\,in)}{5.03\,in^4} = 4.97\,Ksi = \sigma_{max_C}$$


6KN
6KN/m
A
B
C
D
0.5
0.5
1.5
1.5
7.5
3.75
1.5
V(x)
x = 2.5
-3
6KN
Mc
Vc
3
w
1.5
4.5KN
1.5
1
2
RA
RB
ΣMA = 0
-(6KN)(0.5m) - (4.5KN)(2) + RB(4m) = 0
RB = 3 KN
ΣFy = 0
RA - 6KN - 4.5KN + RB = 0
RA = 7.5 KN
ΣFy = 0
7.5KN - 6KN - V = 0
Vc = 1.5
ΣMc = 0
-(7.5KN·m) + (6KN·m) + Mc = 0
Mc = 9.5 KN·m
RD
1.125 KN
ΣFy = 0
RD - 1.125KN - V = 0
V = 1.875KN
ΣMD = 0
MD - (1.125)(0.5) + 3(1.5) = 0
MD = 3.875
Mx
Vx
x
ΣFx = 0
ΣMx = 0
Norma


M=2KNm
4KN
2m
2m
2m
RA
RB
ΣMA=0
(-2KN·m)-4KN(4m)+RB(6m)=0
RB=3KN
+ΣFy=0
RA-4KN+3KN=0
RA=1KN
V(x)
1KN
M(x)
4
6
2
200mm
150
7
3
ȳ1 = 290
A1 = 4000
ȳA1 = 1.16x10^6
ȳ2 = 150
A2 = 5200
ȳA2 = 780x10^3
ȳ3 = 10
A3 = 4000
ȳA3 = 40000
ȳ = 150
Ix = 1/2 bh^3 + Ad^2
Ix = 1/2 (200)(20)^3 + (4000)(140)^2
+ 1/2 (200)(20)^3 + (4000)(140)^2
+ 1/2 (20)(260)^3 + (5200)(0)
= 255.76x10^6 mm^4
σ = σx = (6x10^3 N)(150x10^-3) / (255.76x10^6)(10^-3)^4
3.51x10^6 Pa



$\bar{y}_1 = 5.75$ $\quad \bar{y}_2 = 3$ $\quad \bar{y}_3 = 1/4$

$A_1 = 1.25$ $\quad A_2 = 3$ $\quad A_3 = 1.75$

$\bar{y}A_1 = 7.1875$ $\quad \bar{y}A_2 = 9$ $\quad \bar{y}A_3 = 7/16$

$\bar{y} = 2.77$ in

$I_x = \frac{1}{12}bh^3 + Ad^2$

$I_x = \frac{1}{12}(2.5)(1/2)^3 + (1.25)(2.98)^2$

$+ \frac{1}{12}(1/2)(6)^3 + (3)(0.25)^2$

$+ \frac{1}{12}(3.5)(1/2)^3 + (1.75)(2.52)^2$

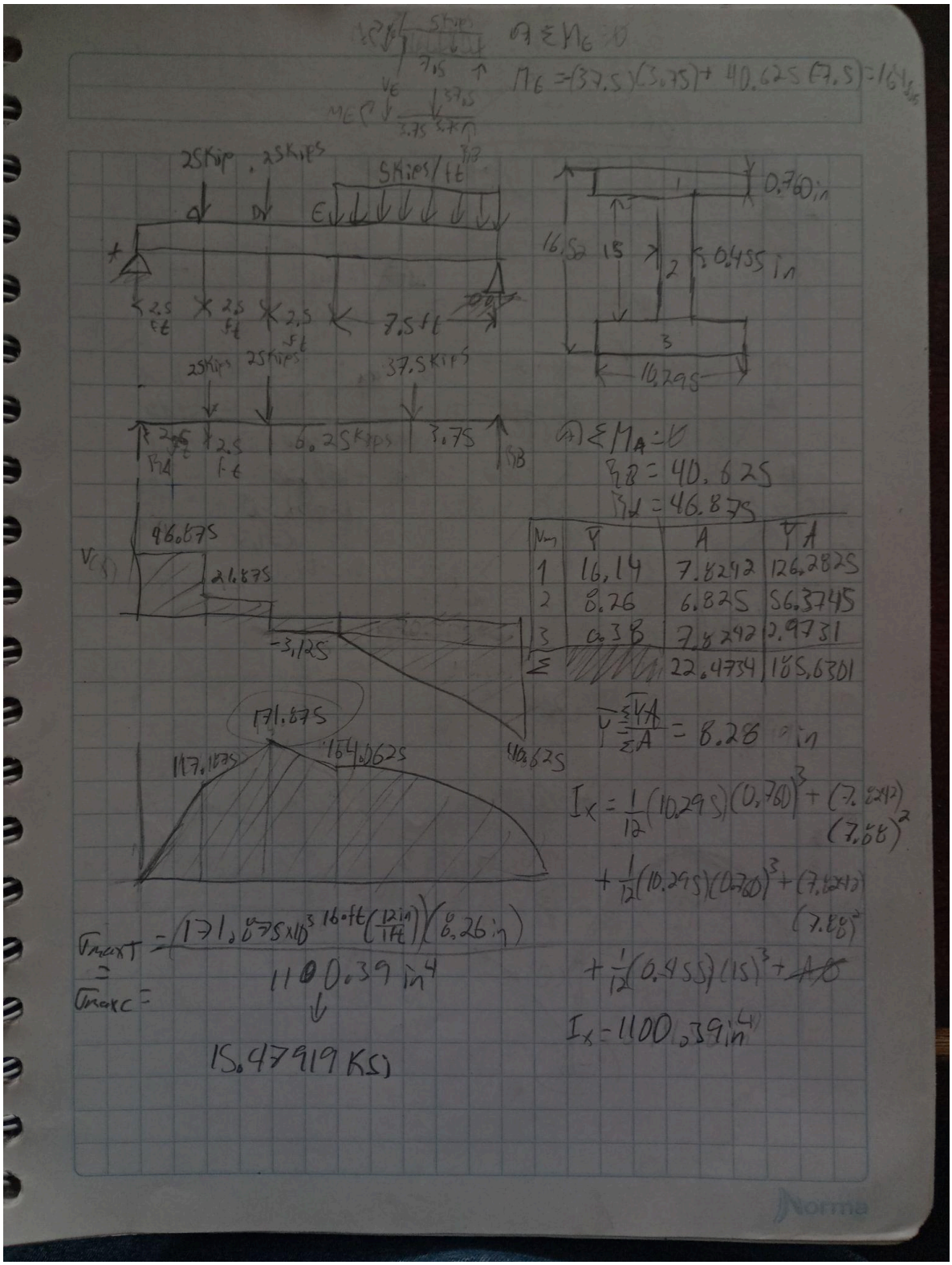
$I_x = 11.2 + 9.1587 + 11.1496$

$I_x = 31.42\ in^4$

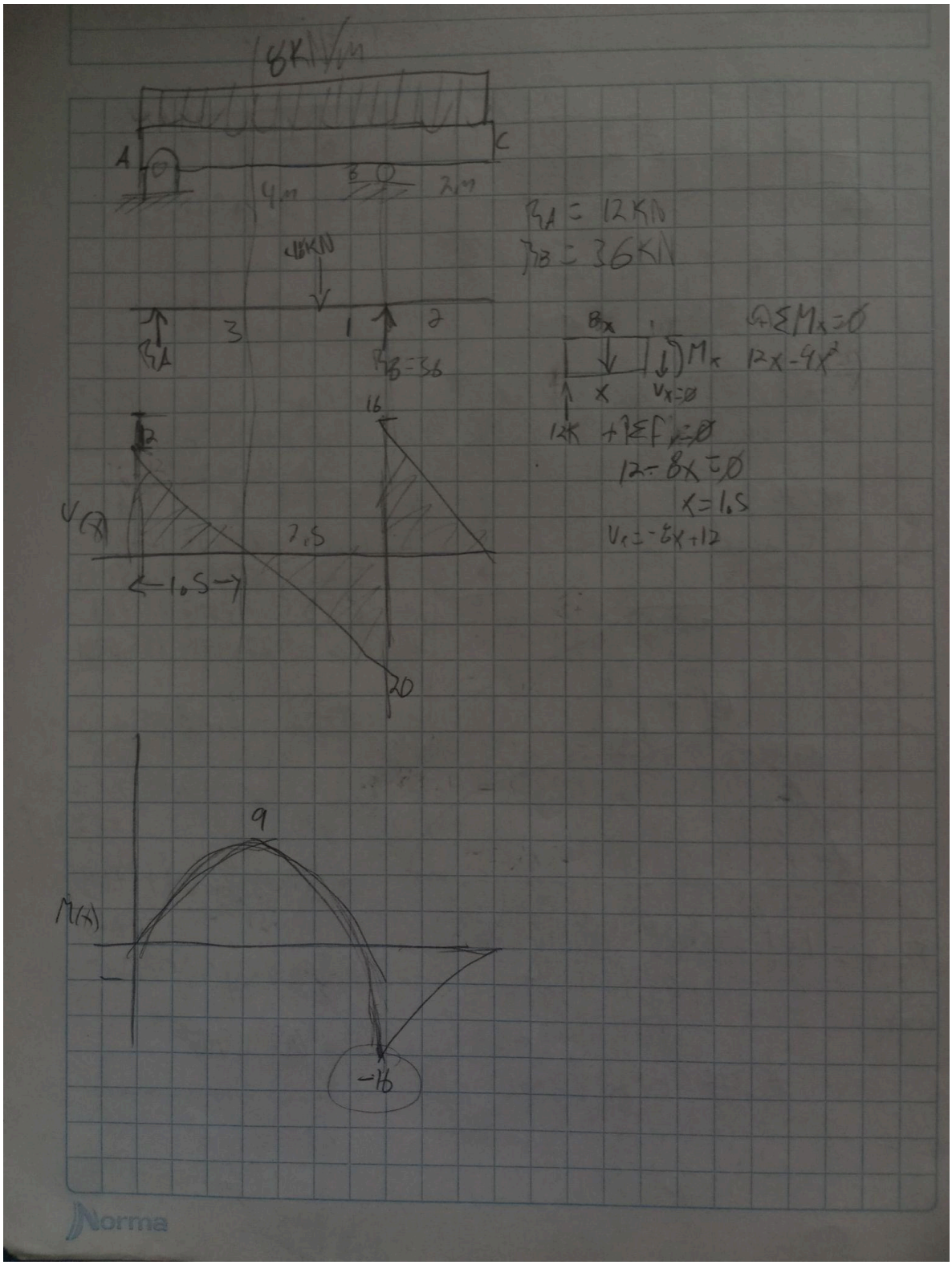
$\sigma_{max} = \frac{(19.5 \times 10^3\ N \cdot ft)\left(\frac{in}{1ft}\right)(3.23\ in)}{31.42\ in^4}$

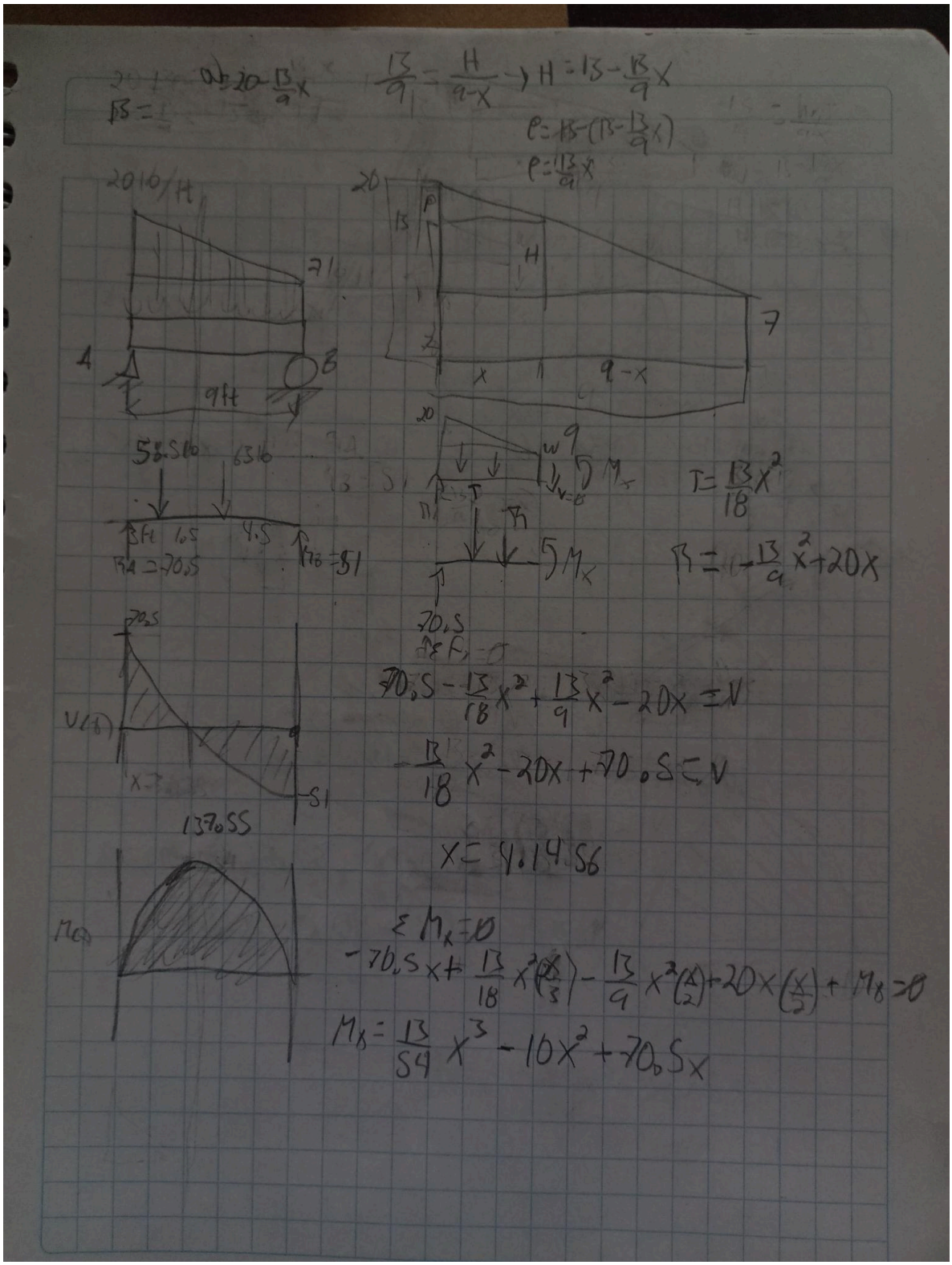
$\sigma_{max} = 23.6278\ Ksi$

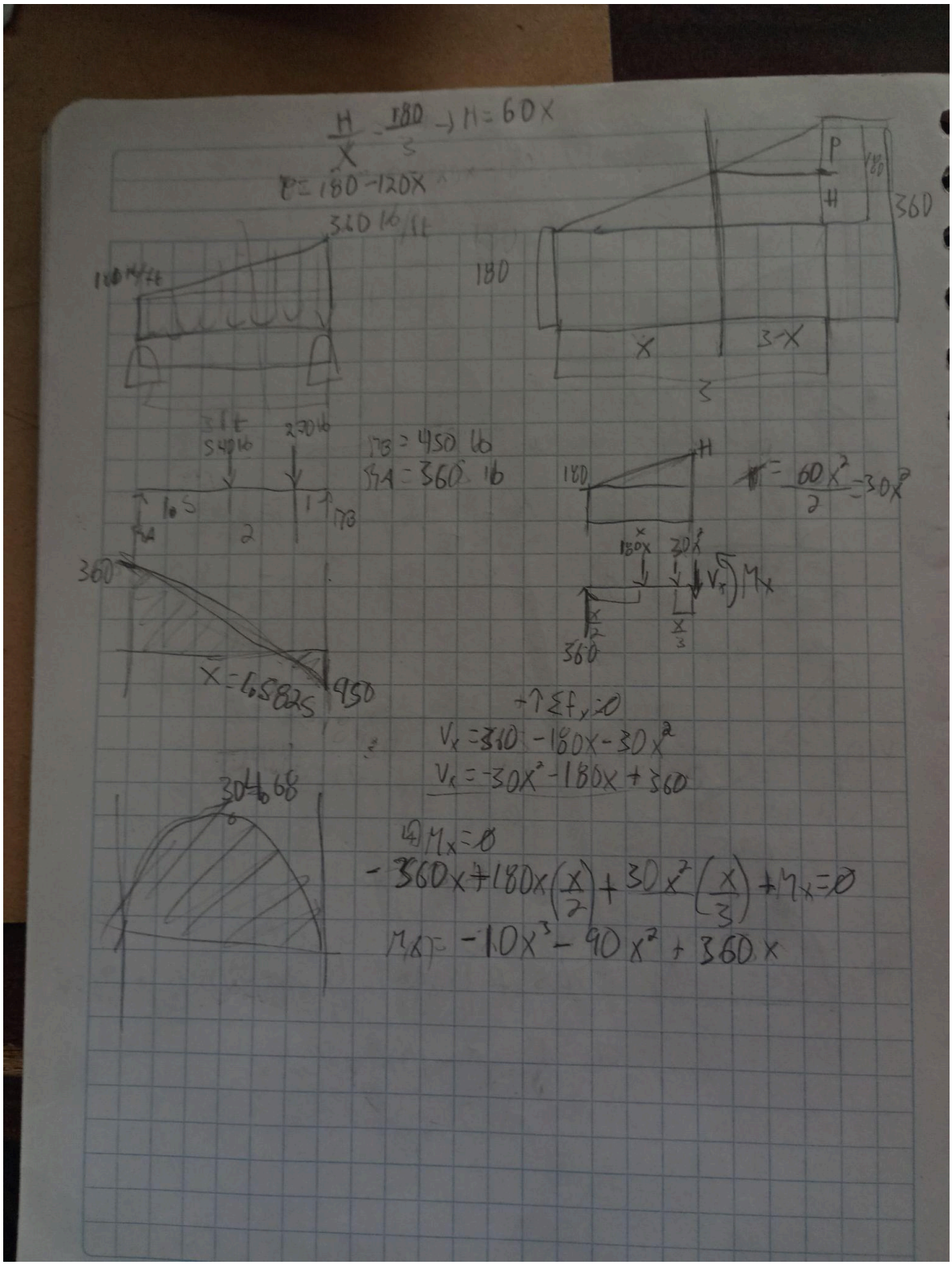
$\sigma_{max\ c} = 26.454\ Ksi$

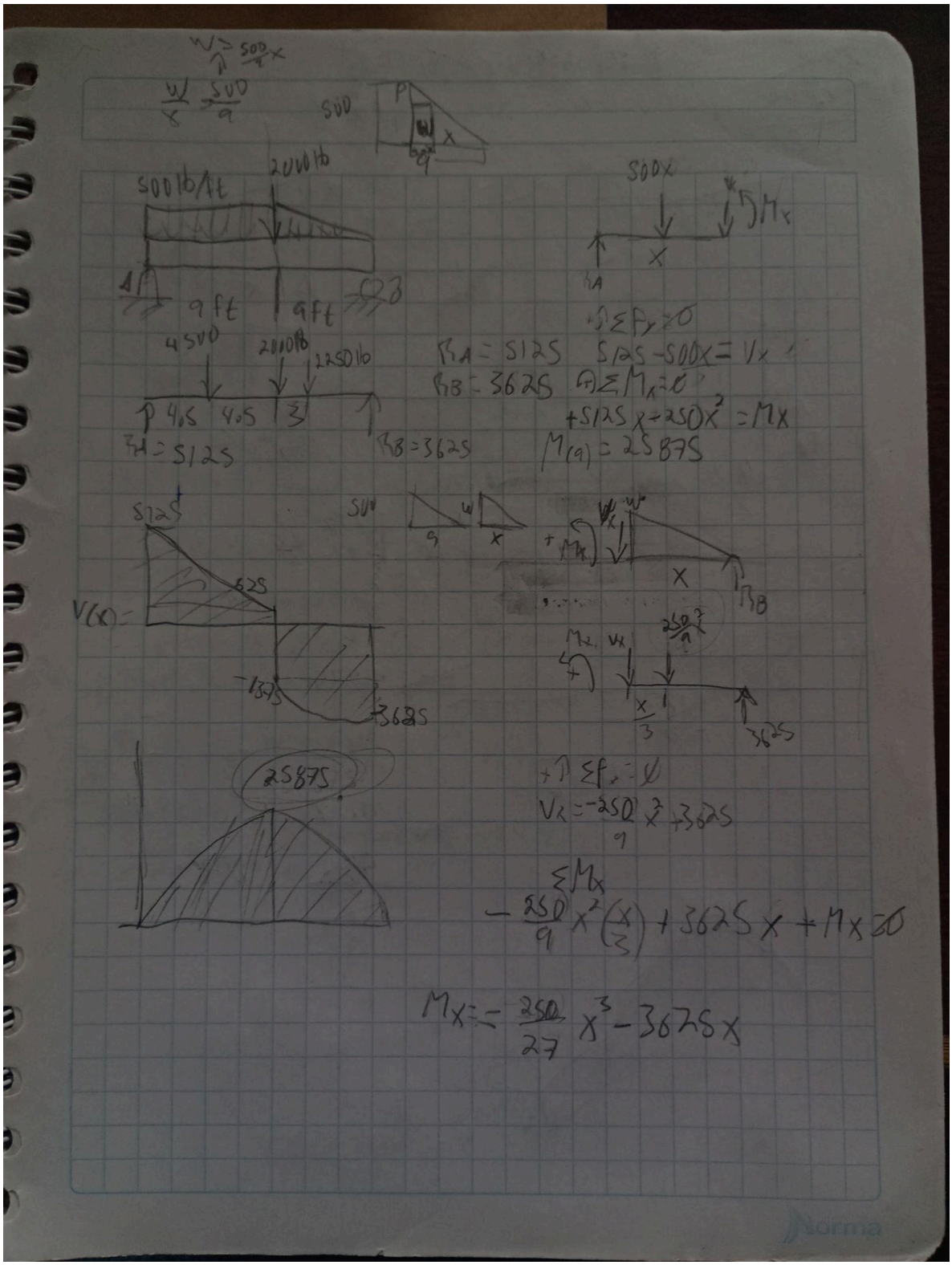


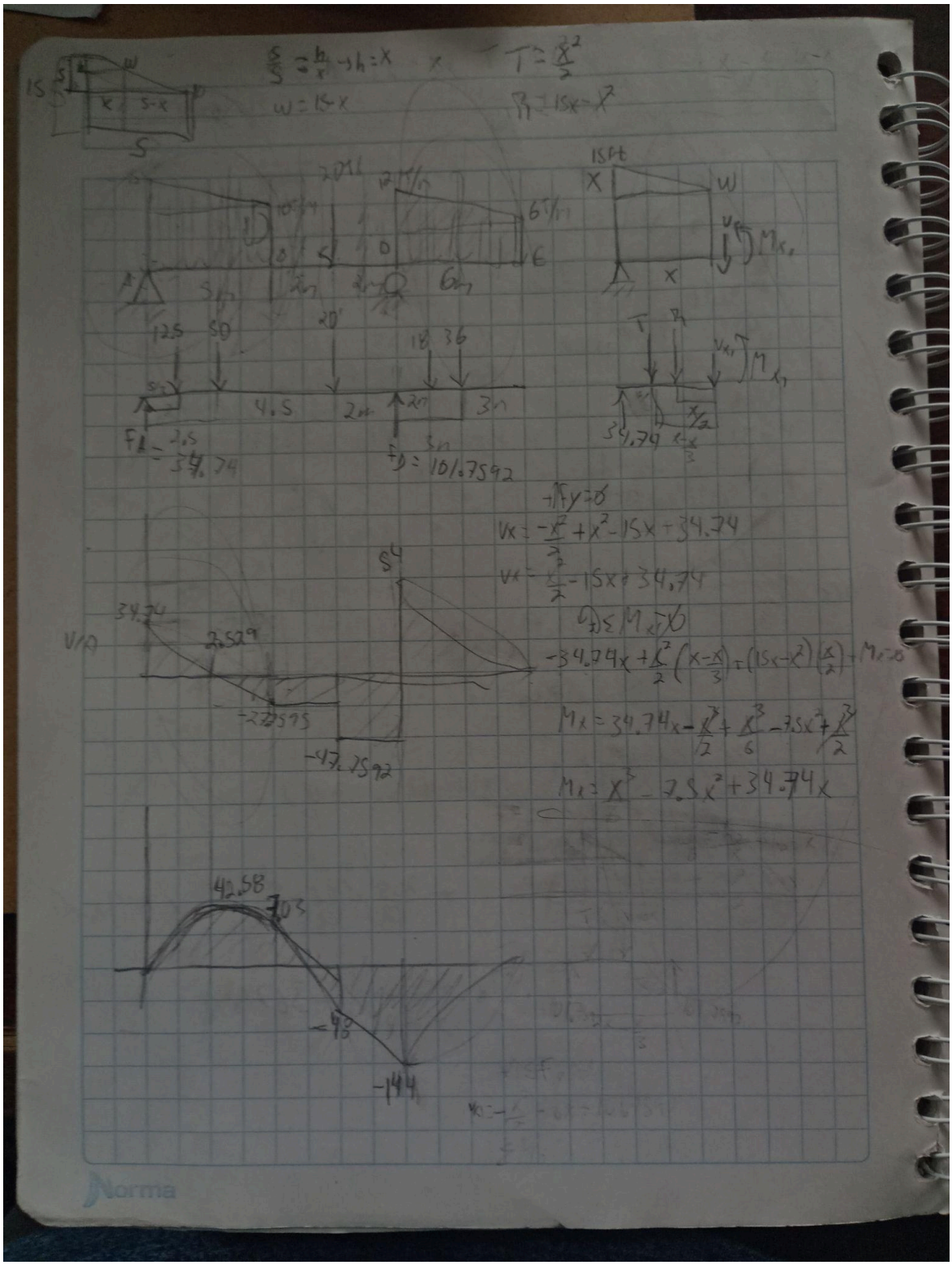
Nm	$\bar{y}$	A	$\bar{y}A$
1	16.14	7.8292	126.2825
2	8.26	6.825	56.3745
3	0.38	7.8292	2.9731
$\sum$		22.4734	185.6301

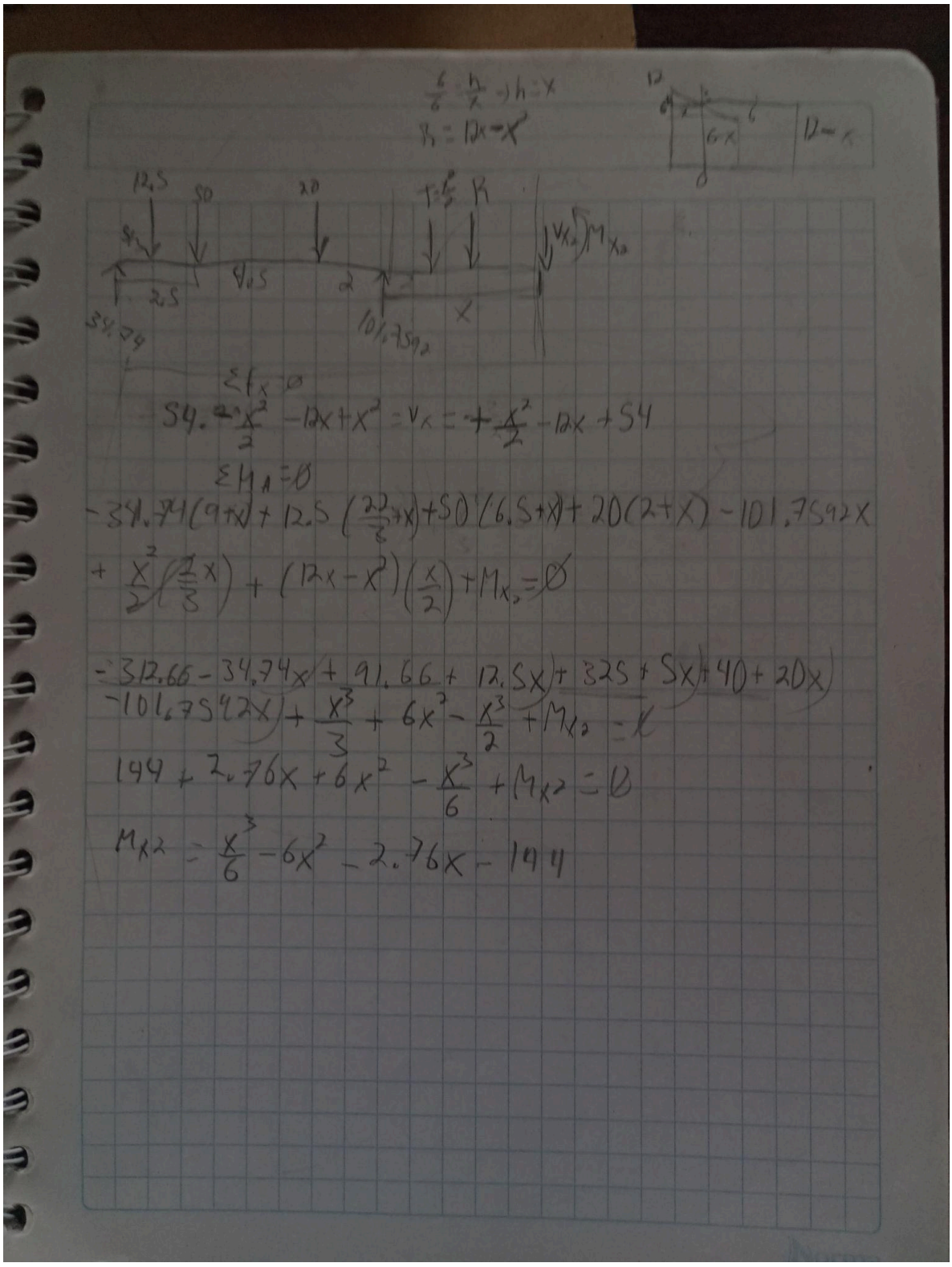

8KN/m
A
C
4m
2m
12KN
3
1
2
R_A
$R_B=36$
$R_A = 12KN$
$R_B = 36KN$
B_x
M_x
x
$V_x=0$
$\sum M_x=0$
$12x-4x^2$
$12K + \sum F_y=0$
$12-8x=0$
$x=1.5$
$V_x=-8x+12$
16
12
V(x)
1.5
←1.5→
20
9
M(x)
-16
Norma


2010/ft
A
B
9ft
20
H
x
9-x
58.5lb
63lb
4.5
70.5
51
V(lb)
M(ft-lb)
137.55
$\frac{13}{9} = \frac{H}{9-x} \rightarrow H = 13 - \frac{13}{9}x$
$P = 13 - (13 - \frac{13}{9}x)$
$P = \frac{13}{9}x$
$T = \frac{13}{18}x^2$
$70.5 - \frac{13}{18}x^2 + \frac{13}{9}x^2 - 20x = V$
$-\frac{13}{18}x^2 - 20x + 70.5 = V$
$x = 4.1456$
$\sum M_x = 0$
$-70.5x + \frac{13}{18}x^2(\frac{x}{3}) - \frac{13}{9}x^2(\frac{x}{2}) + 20x(\frac{x}{2}) + M_x = 0$
$M_x = \frac{13}{54}x^3 - 10x^2 + 70.5x$


H/X = 180/5 → H = 60X
P = 180 − 120X
360 lb/ft
180 lb/ft
180
P
H
360
X
3−X
3
5 ft
5400 lb
2300 lb
TB = 450 lb
TA = 360 lb
TA
TB
2
5
360
X = 6.5625
450
180
H
M = 60X²/2 = 30X²
180X
30X²
Vx
Mx
X/2
X/3
360
+↑ΣFy = 0
Vx = 360 − 180X − 30X²
Vx = −30X² − 180X + 360
30.68
ΣMx = 0
−360X + 180X(X/2) + 30X²(X/3) + Mx = 0
Mx = −10X³ − 90X² + 360X


500 lb/ft
2000 lb
9 ft
9 ft
4500
2000 lb
2250 lb
4.5
4.5
3
$R_A = 5125$
$R_B = 3625$
$R_A = 5125$
$R_B = 3625$
500x
M_x
R_A
$\sum F_y = 0$
$5125 - 500x = V_x$
$\sum M_x = 0$
$+5125x - 250x^2 = M_x$
$M_{(9)} = 25875$
5125
625
1375
3625
25875
$V(x) =$
$+\uparrow \sum F_y = 0$
$V_x = -\frac{250}{9}x^2 + 3625$
$\sum M_x$
$-\frac{250}{9}x^2\left(\frac{x}{3}\right) + 3625x + M_x = 0$
$M_x = -\frac{250}{27}x^3 - 3625x$


w
15
x
5-x
5
w=15-x
T=x²/2
P=15x-x²
15lb
x
w
Mx
T
P
Vx
Mx
34.74
x/3
125
50
20'
18
36
4.5
2m
2m
3m
5m
FA=34.74
FD=101.7592
ΣFy=0
Vx=-x²/2+x²-15x+34.74
Vx=x²/2-15x+34.74
0≤x≤10
-34.74x+x²/2(x-x/3)=(15x-x²)(x/2)
Mx=0
Mx=34.74x-x³/12+x³/6-7.5x²+x³/2
Mx=x³-7.5x²+34.74x
V(lb)
34.74
-22.575
-47.7592
42.58
-18
-144



$$\frac{6}{6} = \frac{h}{x} \rightarrow h = x$$

$$R_1 = 12x - x^2$$

$$\sum F_x = 0$$

$$54.74 - \frac{x^2}{2} - 12x + x^2 = V_x = +\frac{x^2}{2} - 12x + 54$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-54.74(9+x) + 12.5\left(\frac{22}{2}+x\right) + 50(6.5+x) + 20(2+x) - 101.7592x + \frac{x^2}{2}\left(\frac{1}{3}x\right) + (12x - x^2)\left(\frac{x}{2}\right) + M_{x_2} = 0$$

$$-312.66 - 34.74x + 91.66 + 12.5x + 325 + 50x + 40 + 20x - 101.7592x + \frac{x^3}{3} + 6x^2 - \frac{x^3}{2} + M_{x_2} = 0$$

$$144 + 2.76x + 6x^2 - \frac{x^3}{6} + M_{x_2} = 0$$

$$M_{x_2} = \frac{x^3}{6} - 6x^2 - 2.76x - 144$$

TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO®

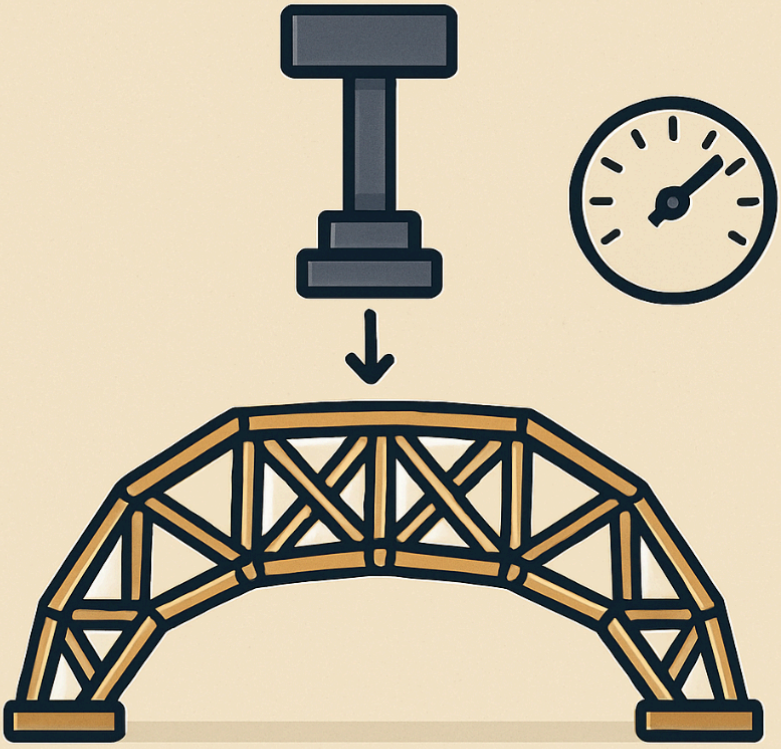
ITCelaya®

MECÁNICA DE MATERIALES

Puente. Prueba de flexión

Equipo 5:

Hernández Ramírez Alejandro
Hayashi Zúñiga Hiroshi
Herrera Frias Paul Hernán
Ramírez Bustos Saul
Nava Pantoja Alejandro
Hernández Franco ÁngelJosué



Julio de 2025

Índice

Introducción..... 2
Marco teórico..... 3
Metodología..... 10
Desarrollo de práctica..... 12
Resultados y análisis..... 16
Conclusión..... 18
Bibliografía..... 18

Introducción

El presente proyecto tiene como objetivo el diseño y construcción de un puente utilizando palitos de madera como material principal, con el fin de evaluar su resistencia a la flexión mediante una prueba de flexión. Este trabajo combina principios básicos de ingeniería civil, física y diseño estructural, permitiendo poner en práctica conocimientos sobre cargas, distribución de fuerzas y comportamiento de materiales ante diferentes esfuerzos mecánicos.

A lo largo del desarrollo del proyecto, se aplicaron conceptos relacionados con la estática, la resistencia de materiales y la geometría estructural para lograr una estructura que sea funcional, eficiente y capaz de soportar cargas aplicadas de manera controlada. La prueba de flexión final servirá para analizar el desempeño del puente frente a fuerzas que simulan condiciones reales de carga, permitiendo así identificar fortalezas y posibles fallas en el diseño o en los materiales empleados.

Este proyecto no solo busca evaluar el conocimiento técnico de los integrantes del equipo, sino también fomentar habilidades como el trabajo en equipo, la resolución de problemas y la creatividad en el uso de recursos limitados.

Marco Teórico

Diagramas de fuerza cortante y momento flector

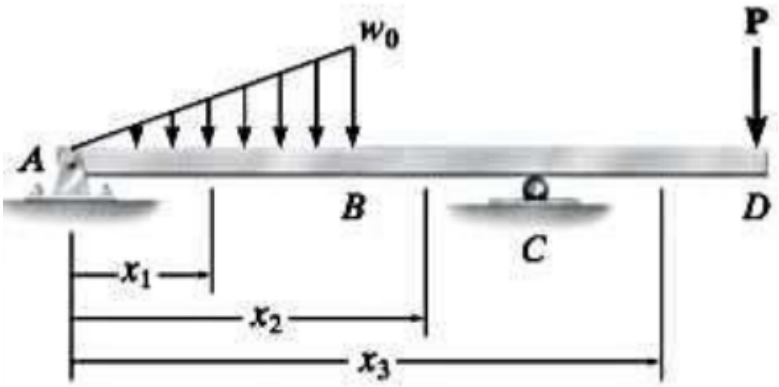
Los elementos delgados que soportan cargas aplicadas en forma perpendicular a su eje longitudinal se denominan vigas. En general, las vigas son barras largas, lineales, con un área constante en su sección transversal. A menudo se clasifican de acuerdo con la forma en que están apoyadas. Por ejemplo, una viga simplemente apoyada está articulada en un extremo y sostenida por un rodillo en el otro; una viga en voladizo se encuentra fija en un extremo y libre en el otro, y una viga con voladizo si tiene uno o ambos extremos extendidos más allá de los apoyos. Se considera que entre las vigas están entre los elementos estructurales más importantes. Se utilizan para sostener el piso de un edificio, la cubierta de un puente o el ala de un avión. Además, el eje de un automóvil, el aguilón de una grúa e incluso muchos de los huesos del cuerpo humano actúan como vigas.

Debido a las cargas aplicadas, las vigas desarrollan una fuerza cortante interna y un momento flexionante que, en general, varían de un punto a otro a lo largo del eje de la viga. Por lo tanto, para diseñar correctamente una viga es necesario determinar la fuerza cortante y el momento máximos en la viga. Una forma de hacerlo es expresar V y M en función de su posición arbitraria x sobre el eje de la viga. Después, estas funciones de fuerza cortante y de momento pueden representarse mediante gráficas llamadas diagramas de fuerza cortante y de momento. Los valores máximos de Vy M pueden obtenerse a partir de estas gráficas. Además, como los diagramas de fuerza cortante y de momento proporcionan información detallada sobre la variación

de la fuerza cortante y del momento en el eje de la viga, son utilizados con frecuencia por los ingenieros para decidir dónde colocar los materiales de refuerzo dentro de la viga o para determinar la proporción del tamaño de la viga en varios puntos de toda su longitud.

Para formular V y M en términos de x es necesario elegir el origen y el sentido positivo de x. Aunque la elección es arbitraria, a menudo el origen se encuentra en el extremo izquierdo de la viga y la dirección positiva es hacia la derecha.

En general, las funciones de x para la fuerza cortante interna y el momento serán discontinuas, o sus pendientes serán discontinuas, en los puntos donde una carga distribuida cambia o bien donde se aplican fuerzas concentradas o momentos de par. Debido a esto, las funciones de fuerza cortante y de momento deben determinarse para cada región de la viga entre cualesquiera dos discontinuidades de la carga, Por ejemplo, las coordenadas x1, x2 y x3 tendrán que usarse para describir la variación de Vy M en toda la longitud de la viga mostrada en la figura. Estas coordenadas sólo serán válidas dentro de las regiones desde A hasta B para x1, desde B hasta C para x2,y desde C hasta D para x3.



Convención de signos

Aunque la elección de una convención de signos es arbitraria, aquí se utilizará aquella que se emplea con mayor frecuencia en la práctica de la ingeniería y que se muestra en la figura 6-3. Las direcciones positivas son las siguientes: la carga distribuida actúa hacia arriba sobre la viga; la fuerza cortante interna ocasiona un giro en sentido horario del segmento de viga sobre el que actúa, y el momento interno causa compresión en las fibras

superiores del segmento, de modo que éste se dobla como para retener agua. Las cargas que son opuestas a las descritas anteriormente se consideran negativas.

Método gráfico para la construcción de diagramas v(x) y M(x)

En los casos donde se somete una viga a varias cargas diferentes, la determinación de V y M como funciones de x para después graficar esas ecuaciones puede resultar un proceso bastante tedioso. El método gráfico resulta más sencillo y se basa en dos relaciones diferenciales, una que existe entre la carga distribuida y la fuerza cortante, y otra entre la fuerza cortante y el momento.

$$\frac{dV}{dx} = w(x)$$

pendiente del diagrama de fuerza cortante en cada punto = intensidad de la carga distribuida en cada punto

$$\frac{dM}{dx} = V$$

pendiente del diagrama de momento en cada punto = fuerza cortante en cada punto

Estas dos ecuaciones proporcionan un medio conveniente para obtener rápidamente los diagramas de fuerza cortante y de momento para una viga. La primera ecuación establece que en un punto la pendiente del diagrama de fuerza cortante es igual a la intensidad de la carga distribuida. Por ejemplo, considere la viga de la figura 6-9a. La carga distribuida es negativa y aumenta desde cero hasta WB. Por lo tanto, el diagrama de fuerza cortante será una curva con pendiente negativa, la cual aumenta desde cero hasta -WB. En la figura 6-9b se muestran las pendientes específicas WA = 0, -WC -WD y -WB.

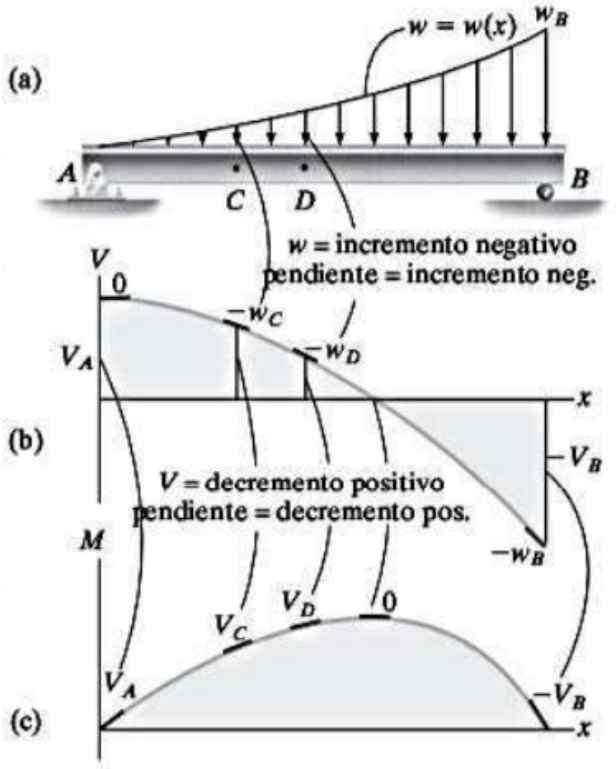


Figura 6-9

De manera similar, la segunda ecuación establece que en un punto la pendiente del diagrama de momento es igual a la fuerza cortante. Observe que el diagrama de fuerza cortante en la figura 6-9b comienza en +VA decrece hasta cero y luego pasa a ser negativo y disminuye hasta -VB. El diagrama de momento tendrá entonces una pendiente inicial de +VA que decrece hasta cero, después la pendiente se vuelve negativa y disminuye (c) hasta -VB. En la figura 6-9c se muestran las pendientes específicas VA, VC, VD, 0 y -VB.

Las ecuaciones también pueden reescribirse en la forma dV = w(x) dx y dM = Vdx. Si se tiene en cuenta que w(x) dx y Vdx representan áreas diferenciales bajo la carga distribuida y el diagrama de fuerza cortante, respectivamente,

es posible integrar estas áreas entre dos puntos cualesquiera C y D de la viga, figura 6-9d, y escribir:

$$\Delta V = \int w(x)\,dx$$

cambio en la fuerza cortante = área bajo la carga distribuida

$$\Delta M = \int V(x)\,dx$$

cambio en momento = área bajo el diagrama de fuerza cortante

La primera ecuación establece que el cambio en la fuerza cortante entre C y D es igual al área bajo la curva de la carga distribuida entre esos dos puntos, figura 6-9d. En este caso, el cambio es negativo ya que la carga distribuida actúa hacia abajo. Del mismo modo, a partir de la segunda ecuación, el cambio en el momento entre Cy D, figura 6-9f, es igual al área bajo el diagrama de fuerza cortante en la región entre C y D. Aquí, el cambio es positivo.

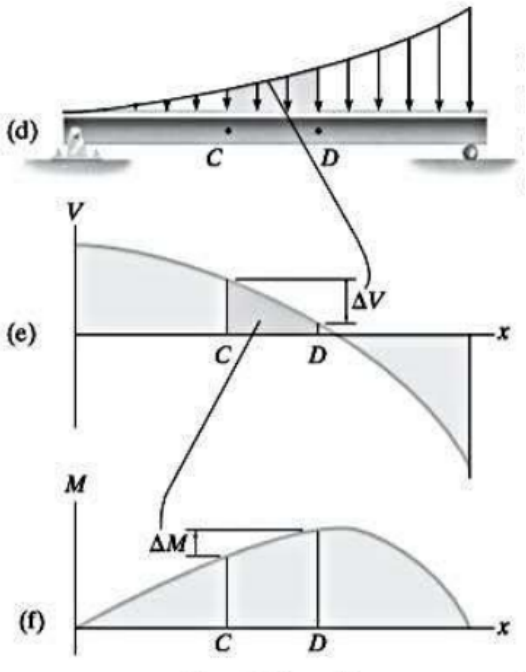
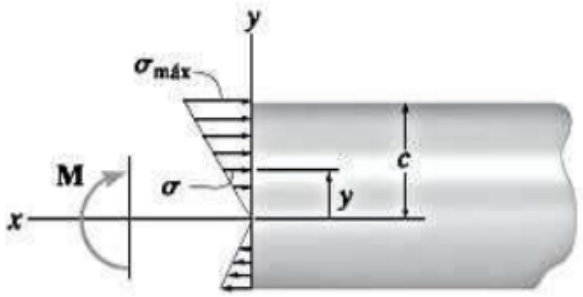


Fig. 6-9 (cont.)

Fórmula de flexión

En esta sección se desarrollará una ecuación que relaciona la distribución del esfuerzo en una viga con el momento flexionante resultante interno que actúa en la sección transversal de esa viga. Para ello se supondrá que el material se comporta en forma elástica lineal y, por lo tanto, una variación lineal de la deformación normal, debe ser resultado de una variación lineal en el esfuerzo normal. Por consiguiente, al igual que la variación de la deformación normal, o variará desde cero en el eje neutro del elemento hasta un valor máximo, **σ**máx en la distancia c más alejada del eje neutro.



Variación del esfuerzo flexionante (vista de perfil)

La posición del eje neutro de la sección transversal puede localizarse al cumplir la siguiente condición: la fuerza resultante producida por la distribución del esfuerzo sobre el área de la sección transversal debe ser igual a cero. Considerando que la fuerza dF = σ dA actúa sobre el elemento arbitrario dA de la figura, se requiere:

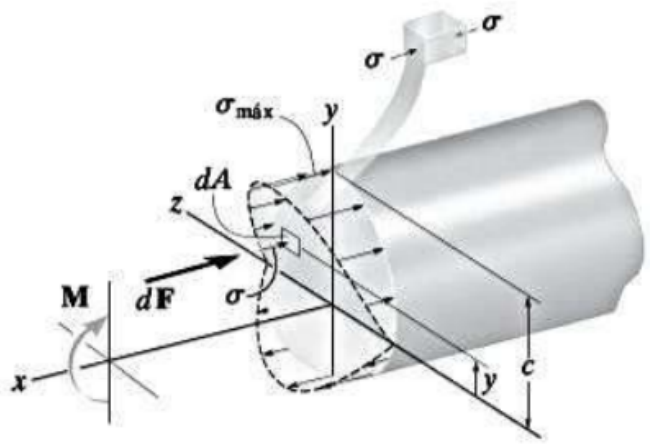
$$F_R = \Sigma F_x; \qquad 0 = \int_A dF = \int_A \sigma \, dA$$

$$= \int_A -\left(\frac{y}{c}\right)\sigma_{máx} \, dA$$

$$= \frac{-\sigma_{máx}}{c} \int_A y \, dA$$

Como σ máx/c no es igual a cero, entonces:

$$\int_A y \, dA = 0$$



Variación del esfuerzo flexionante

En otras palabras, el primer momento del área transversal del elemento con respecto al eje neutro debe ser igual a cero. Esta condición sólo puede cumplirse si el eje neutro también es el eje centroidal horizontal de la sección transversal. En consecuencia, una vez determinado el centroide del área de la sección transversal del elemento, se conoce la ubicación del eje neutro. El esfuerzo en la viga puede determinarse a partir del siguiente requerimiento: el momento interno M resultante debe ser igual al momento producido por la distribución del esfuerzo respecto al eje neutro. El momento de dF en la figura respecto al eje neutro es dM =y dF. Cómo dF= σ dA, a partir de la ecuación, se tiene para toda la sección transversal:

$$(M_R)_z = \Sigma M_z; \quad M = \int_A y\,dF = \int_A y(\sigma\,dA) = \int_A y\left(\frac{y}{c}\sigma_{\text{máx}}\right)dA$$

$$M = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{c}\int_A y^2\,dA$$

La integral representa el momento de inercia del área de la sección transversal respecto al eje neutro. Su valor se simboliza con I. Por consiguiente, se puede despejar máx de la ecuación anterior y escribir:

$$\boxed{\sigma_{\text{máx}} = \frac{Mc}{I}}$$

Metodología

1. Selección del tipo de armadura

Se eligió la armadura tipo Pratt debido a sus ventajas estructurales para cargas distribuidas, su eficiencia en el uso de materiales y su simplicidad en la construcción. Este tipo de armadura tiene diagonales inclinadas hacia el centro del puente que trabajan en tracción, y elementos verticales que trabajan en compresión, lo cual es ideal para estructuras donde el peso propio y las cargas móviles son predominantes.

2. Justificación de la selección del diseño

Eficiencia estructural:
El diseño tipo Pratt permite una distribución eficiente de fuerzas. Las diagonales en tracción son más delgadas y resistentes al alargamiento, mientras que las verticales en compresión se dimensionan para evitar pandeo.

Simplicidad en construcción:
La simetría del diseño y el uso de elementos repetitivos facilita su construcción manual, especialmente con palillos de madera y pegamento. Se minimiza la variabilidad en uniones.

3. Diseño preliminar del modelo

Materiales seleccionados:

- Palos de madera de prisma cuadrado (como miembros estructurales).
- Pegamento blanco (para uniones).
- Papel cascaron
- Regla, escuadra, lápiz, cúter.
- Papel albanene.
- Lijas.

4. Construcción de la armadura

Paso a paso:

- Diseño y trazado del patrón

Sobre papel cascarón se dibujó el patrón del puente tipo Pratt, considerando las diagonales inclinadas hacia el centro y verticales alineadas. Se trazaron líneas guía para colocar los palillos.

- Corte y preparación de palillos

Se cortaron y lijaron palillos a la medida exacta según los elementos del diseño: montantes, diagonales y elementos horizontales superiores e inferiores.

- Ensamble para la cara de la armadura

Con ayuda de pegamento se pegan los palos de madera sobre el patrón trazado. Se dejó secar completamente antes de levantar la estructura.

Para las caras a unir se realizó en la parte central un estructuración diferente para la distribución del peso y evitar la ruptura del puente en el medio del mismo, este diseño contaba con diagonales entre uniones de cara, detalladas en el desarrollo.

- Unión de caras laterales (tridimensionalidad)

Se unieron las tres caras del puente mediante travesaños horizontales a lo largo del piso del puente y también en la parte superior para darle rigidez y formar un prisma tridimensional.

5. Montaje del sistema de prueba de carga

Se colocó el puente sobre dos apoyos rígidos y se hizo uso de una máquina universal para colocar y medir la carga soportada por el puente. Se aseguró que el puente estuviera nivelado y que los apoyos no interfirieran con la deformación del modelo.

6. Aplicación de carga

Se aplicó carga de forma progresiva mediante el uso de la máquina universal.

Se observó la deformación en cada paso y se registraron los datos últimos(peso aplicado).

Desarrollo de Práctica

Para empezar tuvimos que pensar en un diseño de puente con palitos que soportará más y no fuera pesado por lo que revisamos diseños previos de nuestros compañeros que ya tenían experiencia realizando puentes de palitos de madera y un compañero lo modifico para poder realizar en una semana pero siguiera siendo resistente, una vez realizado el diseño revisamos qué palitos de madera resistirian más, descartamos lo palitos dentales por ser tan delgados y los abatelenguas al tener un diseño que no nos permite unir los palitos sin crear un gran esfuerzo cortante al ejercer una fuerza en el puente, por lo que terminamos decidiendo por unos palitos de madera cuadrados; al decidir lo anterior cada miembro del grupo se llevó material y herramientas para trabajar en el puente para el siguiente dia, donde dibujamos el diseño en un papel cascaron con el objetivo de que las tres caras tuvieran las mismas dimensiones al basarnos en este, ya que estas caras se terminarían uniendo entre sí y era indispensable que estas tuvieran las mismas dimensiones para que embonarán correctamente.

(Realizando las caras del puente)

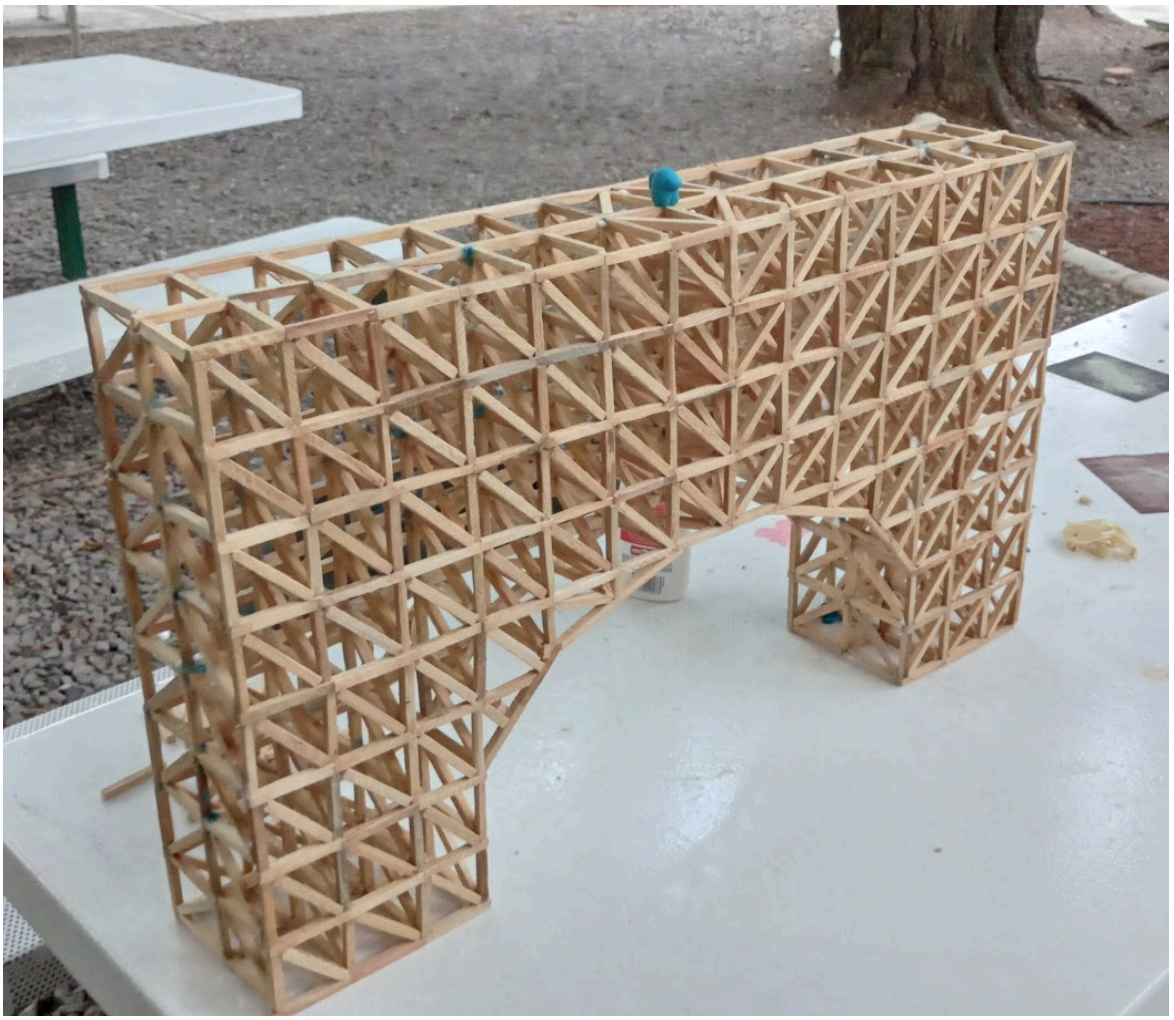
Al terminar las tres caras teníamos que unirlas entre sí, por lo que procedimos a utilizar los mismos palitos y pegarlos a los nodos de las caras en perpendicular, incluso al notar que todavía teníamos tiempo procedimos a añadir palitos que se unieran entre los nodo de las caras de forma diagonal,

con el objetivo de que se distribuyerá más el peso ejercido en el puente a la curva de la estructura, de tal manera que el puente soportaría más peso.

(Palitos que unirán las caras)

Al unir las caras nos dimos cuenta que estas se separaban por haberse deformado un poco al trabajar en mesas un poco convexas, por lo que decidimos añadirles peso para que ahora sí se unieran las caras.

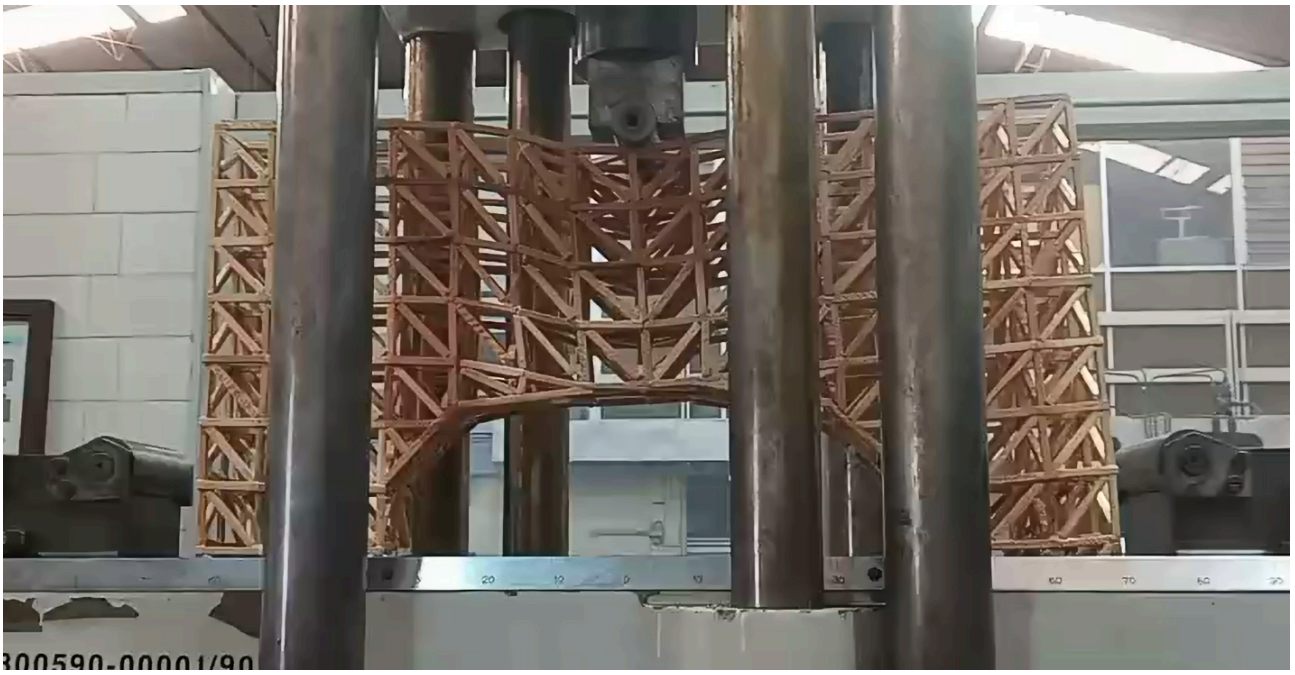
(Puente con peso con el objetivo de unir las caras)



(Puente con las caras unidas)

A la hora de competir con los demás equipos se pesó el puente de cada grupo donde el nuestro peso 1.484 kg y cuando el puente fue sometido a una

carga puntual en el centro del puente, mediante una máquina universal, este soportó 140kg, por lo que su relación peso fue de 94.33.
Relación peso = 140 kg / 1.484 kg = 94.33



(Puente recibiendo carga puntual en máquina universal)

Resultados y análisis

Desempeño estructural

El puente construido por el equipo demostró un desempeño sobresaliente, al soportar una carga puntual de 140 kg, teniendo un peso propio de 1.484 kg, lo que resultó en una relación peso-resistencia de 94.33. Esta relación significa que el puente puede soportar más de 94 veces su propio peso, lo cual es indicativo de una excelente eficiencia estructural para una construcción artesanal.

Relación peso = 140 kg / 1.484 kg = 94.33

Elección del diseño: Armadura tipo Pratt

La estructura se basó en una armadura tipo Pratt, lo cual fue una elección técnica adecuada, ya que:

- Las diagonales trabajan en tracción, resistiendo alargamientos sin colapsar.
- Los elementos verticales trabajan en compresión, permitiendo soportar cargas aplicadas en el centro.
- Esta configuración se comporta muy bien bajo cargas distribuidas o puntuales en el centro del claro.

Técnica constructiva y refuerzo

- Se construyeron tres caras modulares de forma simétrica.
- Se unieron con travesaños horizontales y diagonales entre nodos, aumentando la rigidez tridimensional.
- Se aplicó peso en la unión final para corregir deformaciones por superficies convexas, mejorando el ensamblaje.

Este proceso permitió:

- Mejorar la distribución de esfuerzos.
- Minimizar deformaciones laterales o torsionales.
- Fortalecer los puntos críticos (nodos y uniones).

Evaluación en máquina universal

La aplicación de carga progresiva en el centro del puente permitió observar su comportamiento real:

- Se trató de una prueba de flexión simple con dos apoyos y carga centrada, situación típica para analizar esfuerzos máximos en una viga

simplemente apoyada.

- Aunque no se proporcionan datos sobre la deformación exacta o fallas, se puede deducir que la zona crítica fue la parte inferior del claro central, donde la tensión es máxima.

Factores clave de éxito

- Simetría del diseño: permitió una distribución pareja de esfuerzos.
- Calidad de uniones: aunque se detectaron separaciones, se corrigieron de forma eficaz.
- Refuerzos diagonales: esenciales para evitar pandeo y torsión.
- Uso eficiente del material: se evitó sobrepeso sin comprometer resistencia.

Conclusión

La construcción y evaluación del puente elaborado con palitos de madera permitió aplicar de manera práctica diversos conceptos teóricos relacionados con la resistencia de materiales, la distribución de cargas y el diseño estructural. A través de la prueba de flexión, se pudo comprobar el comportamiento real del puente frente a una fuerza aplicada progresivamente, identificando tanto las fortalezas del diseño como sus puntos críticos de falla.

Los resultados obtenidos demostraron la importancia de una correcta planificación estructural, así como la influencia de factores como la simetría, el tipo de uniones y la calidad del ensamblado en la resistencia final de la estructura. Además, este proyecto brindó una valiosa oportunidad para desarrollar habilidades de trabajo colaborativo, resolución de problemas y toma de decisiones bajo criterios técnicos.

En resumen, el proyecto no solo cumplió con su objetivo práctico, sino que también fortaleció el aprendizaje integral al combinar teoría, experimentación y análisis crítico de resultados en un entorno creativo y desafiante.

Bibliografía

Hibbeler, R. C. (2011). *Mecánica de materiales* (8.ª ed.). Pearson Educación.

Jones, A. (2020). *Advances in structural analysis*. Journal of Engineering Structures, 45, 123–135.

Libretexts. (2022, noviembre). *17.4: Centroides y centros de masa a través del método de partes compuestas*. Recuperado de https://chem.libretexts.org/

Smith, P. (2001, Octubre). *An Introduction to Structural Mechanics.* Red Globe Press.

Instituto Tecnológico de Celaya

Departamento de Ciencias Básicas

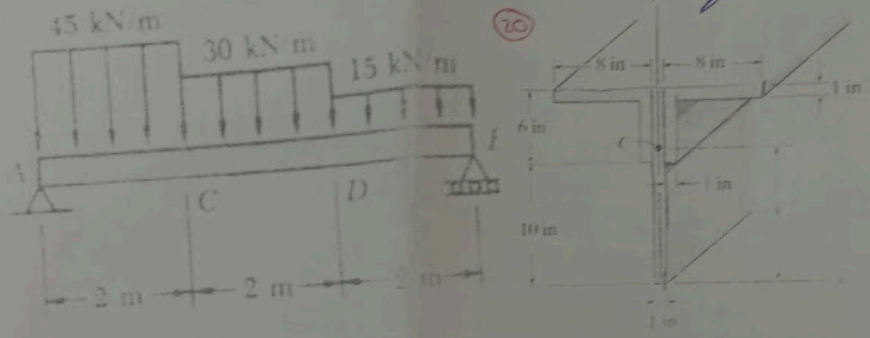
EXAMEN

3er Parcial de Mecánica de Materiales

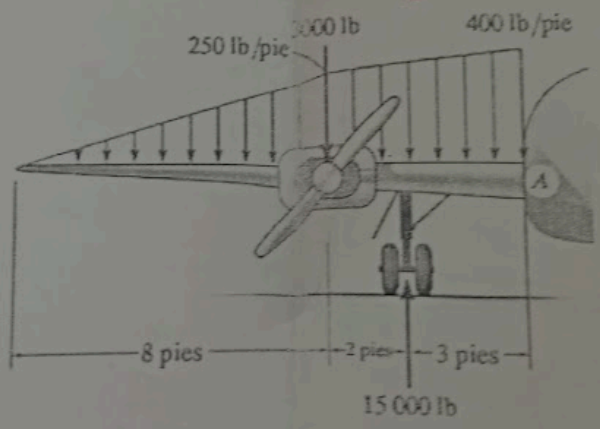
Nombre Saul Ramirez Bustos

40

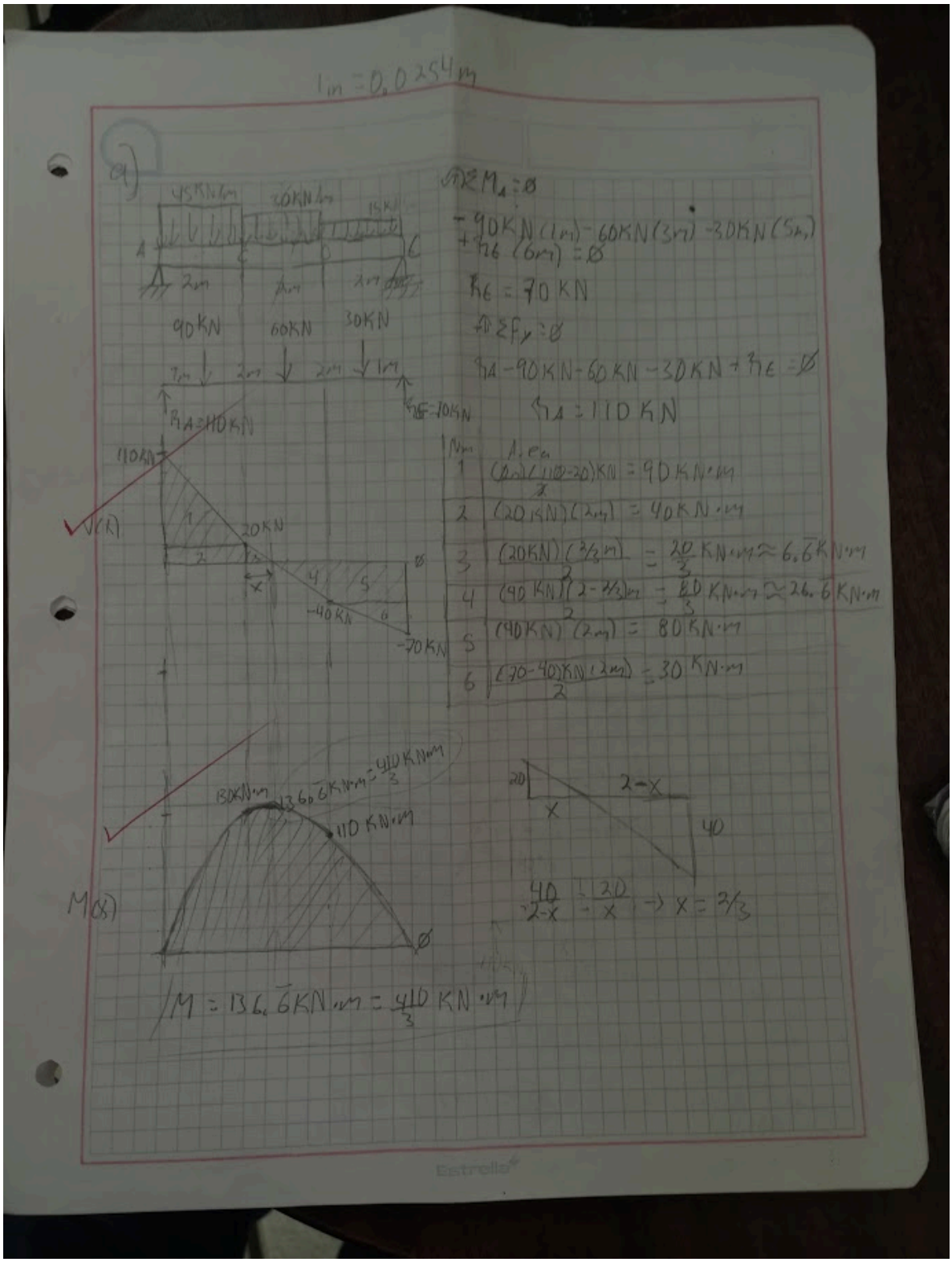
1.- De la viga y las cargas mostradas en la figura determinar: a) Por el método de áreas los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante con su Mmáx y Vmáx (20 puntos), b) El eje neutro (10 puntos), c) El momento de inercia (15 puntos) d) El esfuerzo Máximo de tensión (15 puntos) y e) El esfuerzo Máximo de compresión (15 puntos)

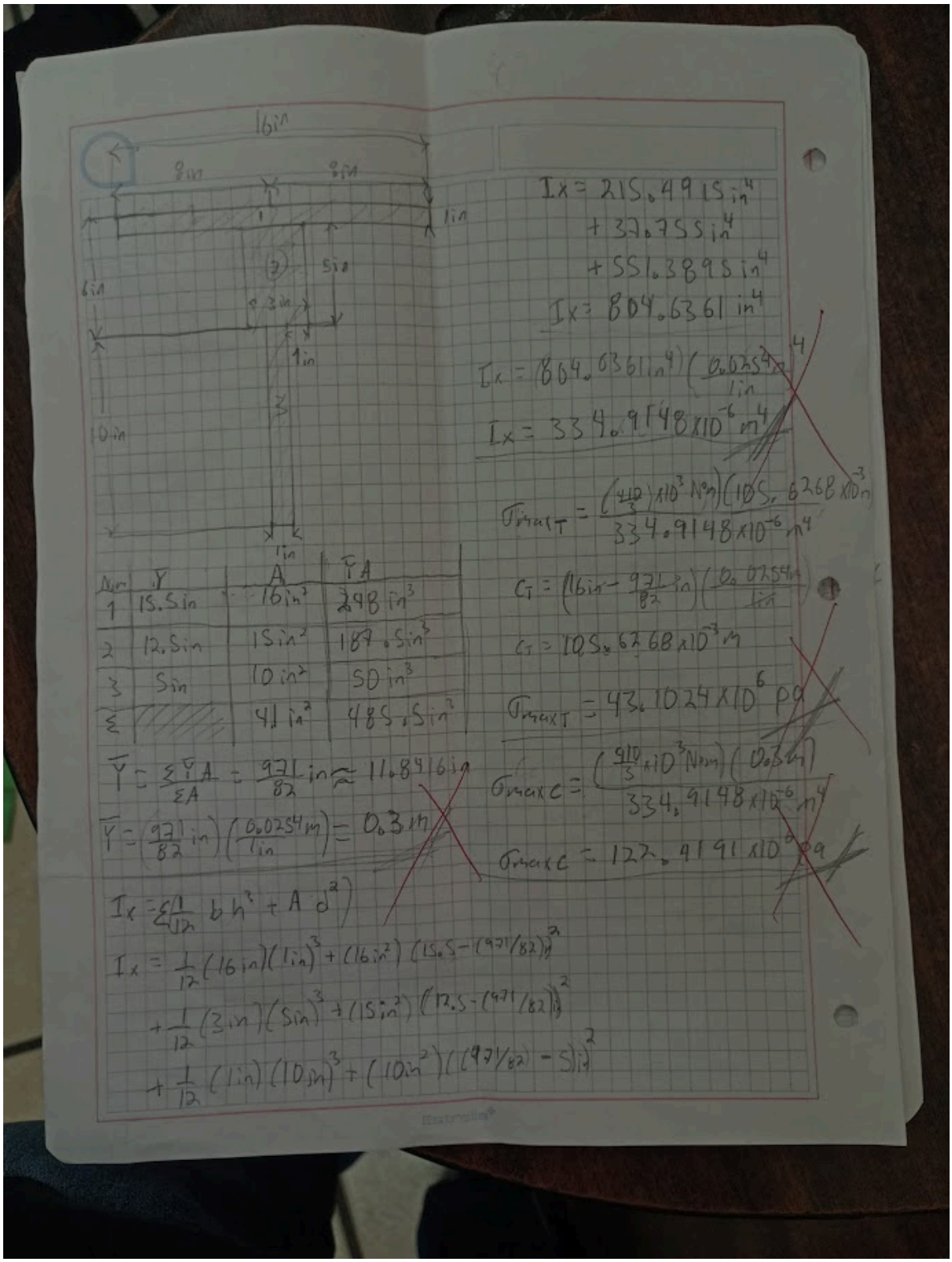


2.- Si el ala se encuentra fija al fuselaje en A, determine: a) las reacciones en A (10 puntos) y b) por el método de secciones los diagramas de fuerza cortante y de momento para el ala con su Vmáx y su Mmáx(15 puntos).

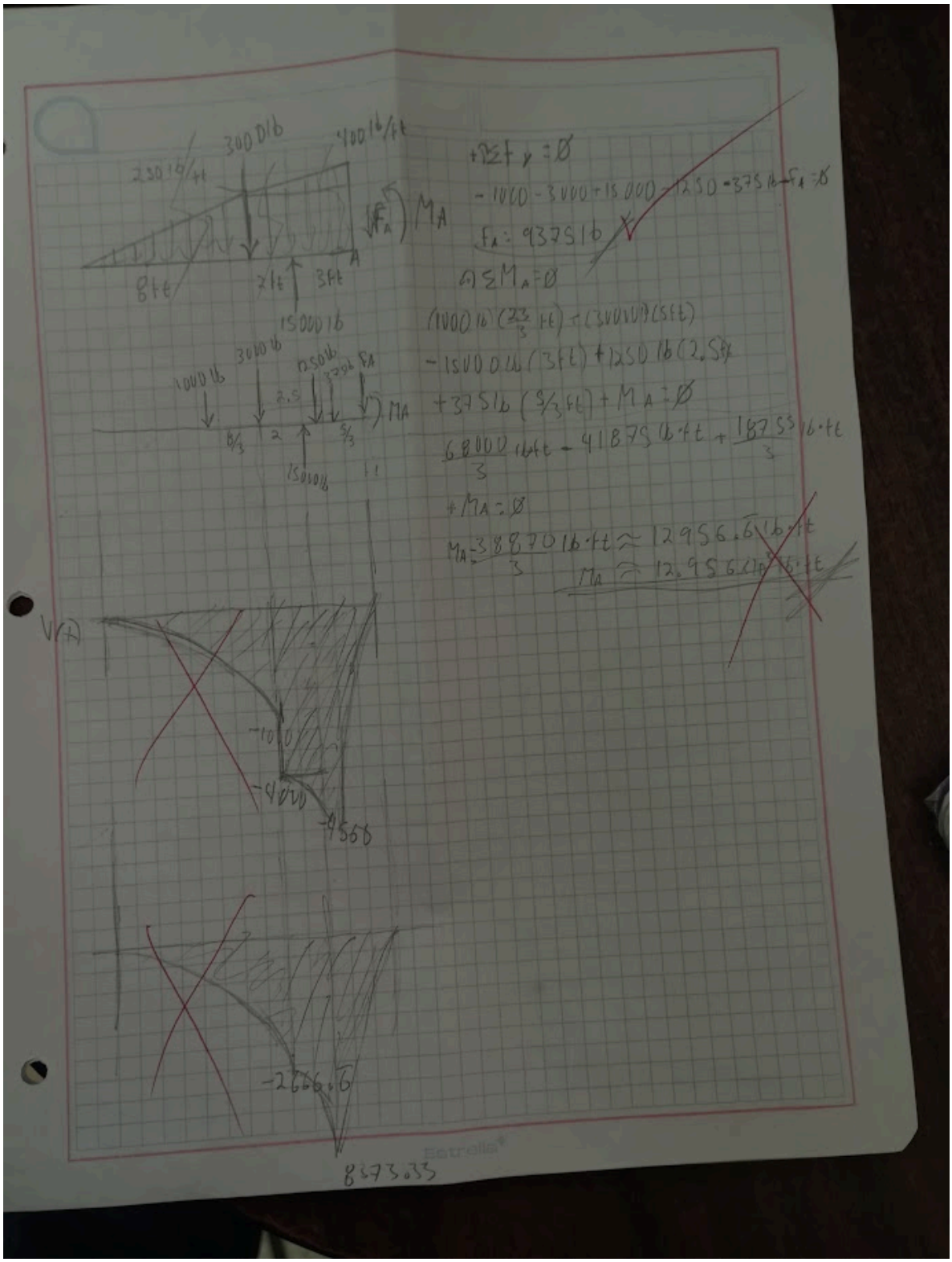


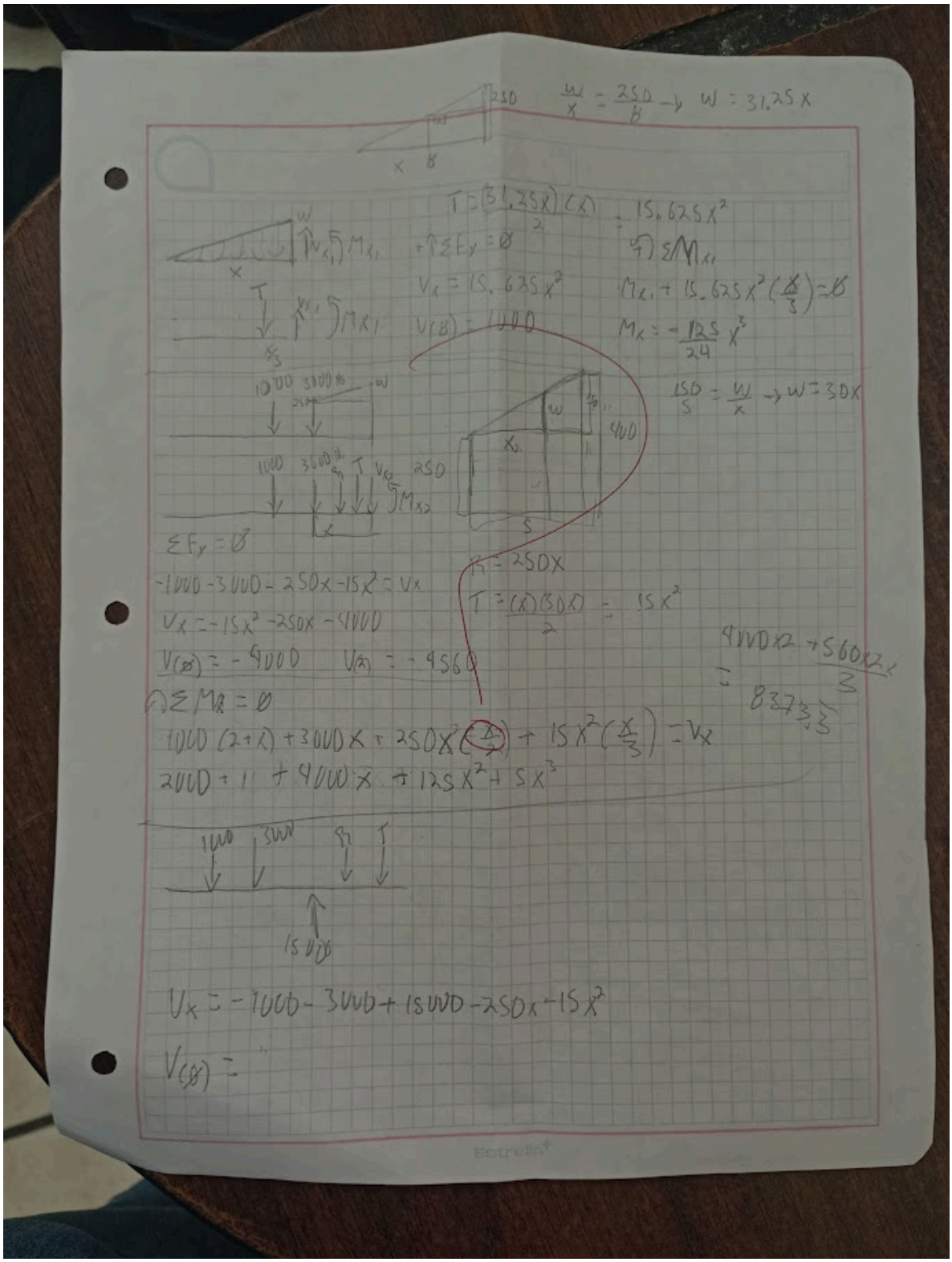
Aquí no hay medios puntos. O está bien, o está mal.
La deshonestidad en el examen se castiga con la anulación de este.


1 in = 0.0254 m
a)
45 KN/m
30 KN/m
15 KN
A
C
2m
2m
2m
90 KN
60 KN
30 KN
1m
R_E=70 KN
R_A=110 KN
110 KN
20 KN
V(x)
-40 KN
-70 KN
$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$
$-90KN(1m) - 60KN(3m) - 30KN(5m) + R_E(6m) = 0$
$R_E = 70\ KN$
$\uparrow \Sigma F_y = 0$
$R_A - 90KN - 60KN - 30KN + R_E = 0$
$R_A = 110\ KN$
Num | Área
1 | $\frac{(2m)(110-20)KN}{2} = 90\ KN\cdot m$
2 | $(20\ KN)(2m) = 40\ KN\cdot m$
3 | $\frac{(20KN)(\frac{3}{3}m)}{2} = \frac{20}{3}\ KN\cdot m \approx 6.6\ KN\cdot m$
4 | $\frac{(90\ KN)(2-\frac{3}{3}m)}{2} = \frac{80}{3}\ KN\cdot m \approx 26.6\ KN\cdot m$
5 | $(90KN)(2m) = 80\ KN\cdot m$
6 | $\frac{(70-40)KN(2m)}{2} = 30\ KN\cdot m$
130 KN·m
136.6 KN·m = 410 KN·m / 3
110 KN·m
M(x)
20
2-x
x
40
$\frac{40}{2-x} = \frac{20}{x} \rightarrow x = 2/3$
$M = 136.6\ KN\cdot m = \frac{410}{3}\ KN\cdot m$



Num	Ȳ	A	ȲA
1	15.5 in	16 in²	248 in³
2	12.5 in	15 in²	187.5 in³
3	5 in	10 in²	50 in³
Σ		41 in²	485.5 in³


300 lb
400 lb/ft
250 lb/ft
8 ft
2 ft
3 ft
A
15000 lb
1000 lb
3000 lb
1500 lb
2.5
8/3
2
5/3
15000 lb
V(x)
-1000
-4000
-4500
-2666.6
8673.33


250
w/x = 250/8 → w = 31.25x
T = (31.25x)(x)/2 = 15.625x²
+↑ΣFy = 0
Vx = 15.625x²
V(8) = 1000
Σ MA = 0
Mx + 15.625x²(x/3) = 0
Mx = -125/24 x³
150/5 = w/x → w = 30x
1000 3000 w T Vx 250 Mx2
400
x2
5
Vx = 250x
T = (x)(30x)/2 = 15x²
ΣFy = 0
-1000 - 3000 - 250x - 15x² = Vx
Vx = -15x² - 250x - 4000
V(0) = -4000 V(8) = +4560
ΣMA = 0
1000(2+x) + 3000x + 250x(x/2) + 15x²(x/3) = Vx
2000 + 1000x + 125x² + 5x³
1000 3000 Rx T
15000
Vx = -1000 - 3000 + 15000 - 250x - 15x²
V(8) =

Instituto Tecnológico de Celaya

Departamento de Ciencias Básicas

PORTAFOLIO DE EVIDENCIAS 4TO PARCIAL

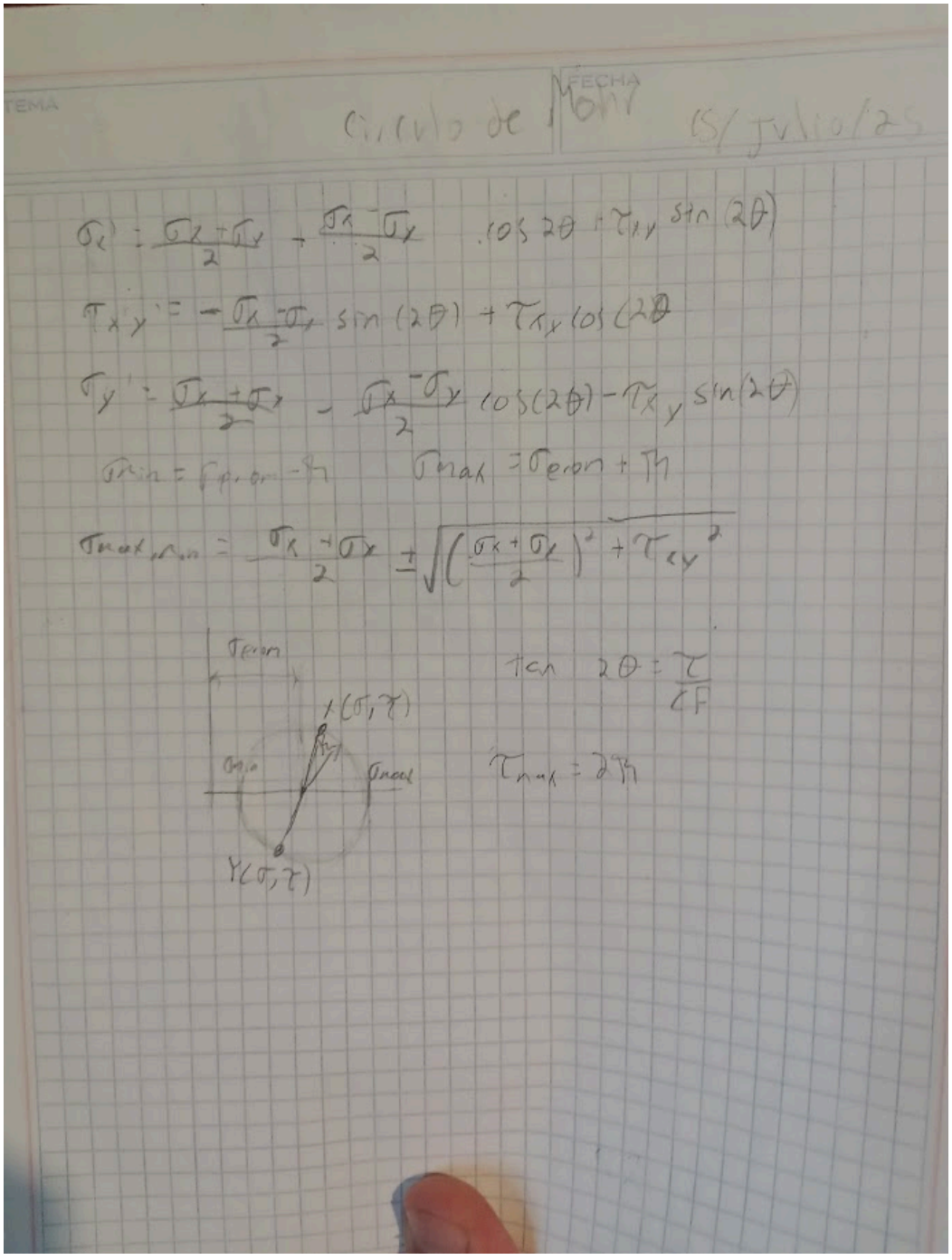
NOMBRE DE LA MATERIA: MECÁNICA DE MATERIALES

NOMBRE DEL ALUMNO: RAMÍREZ BUSTOS SAUL

ESPECIALIDAD: MECATRONICA

NOMBRE DEL DOCENTE: EFRÉN ARRIAGA GONZÁLEZ

APUNTES

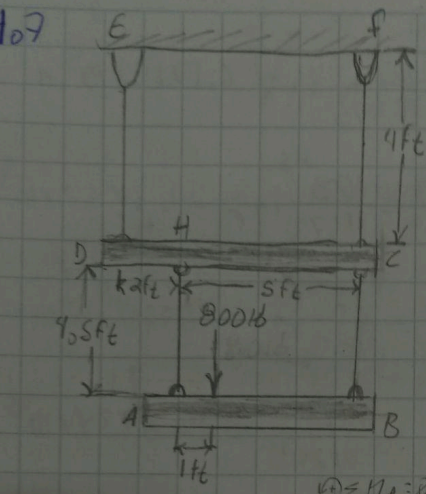

TEMA
Círculo de Mohr
FECHA
15/julio/25
σ_{prom}
σ_{min}
σ_{max}
τ_{max}
(σ, τ)
$Y(\sigma, \tau)$

Instituto Tecnológico de Celaya

Departamento de Ciencias Básicas

PROBLEMARIO

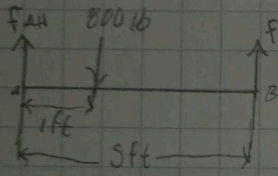
4.07



$A_{cables} = 0.05in^2$

$E = 28 \times 10^6 psi$

$\delta_F = ?$



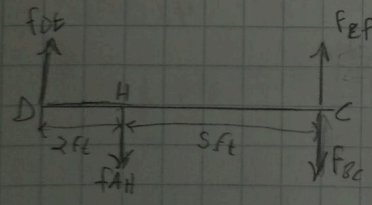
$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$

$-800lb(1ft) + F_{BC}(5ft) = 0$

$F_{BC} = \frac{800lb \cdot ft}{5ft} = 160lb$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$

$F_{AH} + F_{BC} - 800lb = 0 \rightarrow F_{AH} = 800lb - 160lb = 640lb$



$\circlearrowleft \Sigma M_D = 0$

$-F_{AH}(2ft) - F_{BC}(7ft) + F_{EF}(7ft) = 0$

$F_{EF} = \frac{(640lb)(2ft) + (160lb)(7ft)}{7ft}$

$F_{EF} = \frac{2400}{7} lb \approx 342.857lb$

$+\uparrow \Sigma F_y = 0$

$F_{DE} + F_{EF} - F_{AH} - F_{BC} = 0$

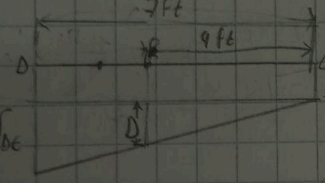
$F_{DE} = -\frac{2400}{7} lb + 640lb + 160lb = \frac{3200}{7} lb \approx 457.142lb$

$$\delta_{BC} = \frac{(160\,lb)(4.5\,ft)\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)}{(0.05\,in^2)(28\times10^6\,psi)} = \frac{27}{4375}\,in \approx 6.1714\times10^{-3}\,in$$

$$\delta_{AH} = \frac{(640\,lb)(4.5\,ft)\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)}{(0.05\,in^2)(28\times10^6\,psi)} = \frac{108}{4375}\,in \approx 24.6857\times10^{-3}\,in$$

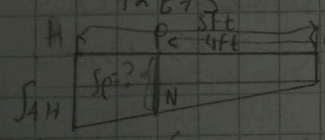
$$\delta_{CF} = \frac{\left(\frac{2400}{2}\right)lb\,(4\,ft)\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)}{(0.05\,in^2)(28\times10^6\,psi)} = \frac{72}{6125}\,in \approx 11.7551\times10^{-3}\,in$$

$$\delta_{DE} = \frac{\left(\frac{3200}{7}\right)lb\,(4\,ft)\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)}{(0.05\,in^2)(28\times10^6\,psi)} = \frac{96}{6125}\,in \approx 15.6734\times10^{-3}\,in$$



$$\frac{\delta_{DE}-\delta_{CF}}{7\,ft\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)} = \frac{D}{4\,ft\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)} = \frac{\left(\frac{96}{6125}\right)in-\left(\frac{72}{6125}\right)in}{84\,in} = \frac{D}{48\,in}$$

$$D = \frac{96}{42875}\,in \approx 2.239\times10^{-3}\,in$$



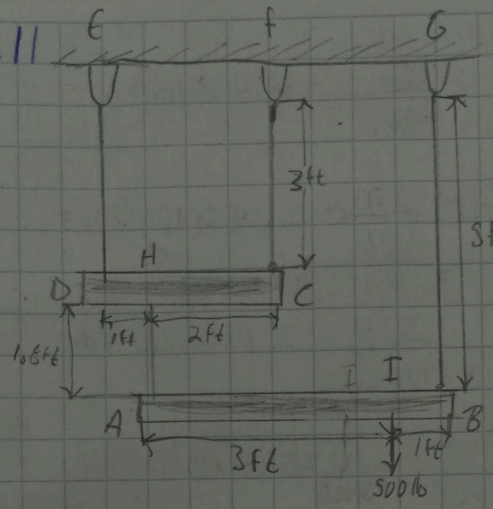
$$\therefore \frac{\delta_{AH}-\delta_{BC}}{5\,ft\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)} = \frac{N}{4\,ft\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)}$$

$$\frac{\left(\frac{108}{4375}\right)in-\left(\frac{27}{4375}\right)in}{60\,in} = \frac{N}{48\,in} \rightarrow N = \frac{324}{21875}\,in \approx 14.8114\times10^{-3}\,in$$

$$\delta_P = D+\delta_{CF}+N+\delta_{BC} = \frac{96}{42875}in+\frac{72}{6125}in+\frac{324}{21875}in+\frac{27}{4375}in$$

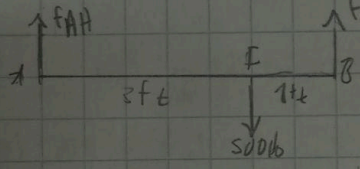
$$\delta_P \approx 0.03497\,in \approx 34.977\times10^{-3}\,in$$

4.11



$E = 28 \times 10^6$ psi

$A = 0.025\ in^2$



$\circlearrowleft \sum M_A = 0$

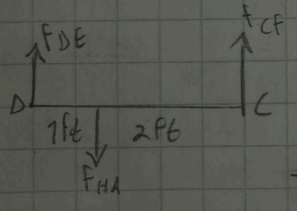
$-500\,lb(3\,ft) + f_{BG}(4\,ft) = 0$

$f_{BG} = \frac{1500\,lb \cdot ft}{4\,ft} = 375\,lb$

$+\uparrow \sum F_y = 0$

$f_{AH} - 500\,lb + 375\,lb = 0$

$f_{AH} = 500\,lb - 375\,lb = 125\,lb$



$\circlearrowleft \sum M_D = 0$

$-125\,lb(1\,ft) + f_{CF}(3\,ft) = 0$

$f_{CF} = \frac{125\,lb \cdot ft}{3\,ft} = \frac{125}{3}\,lb \approx 41.\bar{6}\,lb$

$+\uparrow \sum F_y = 0$

$F_{DE} - 125\,lb + \frac{125}{3}\,lb = 0$

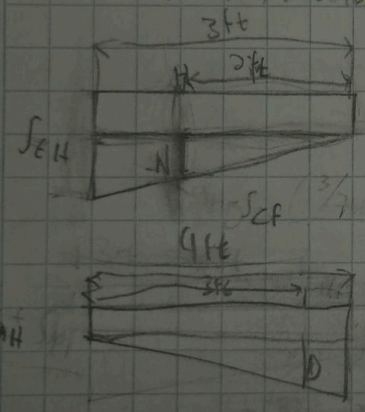
$f_{DE} = 125\,lb - \frac{125}{3}\,lb = \frac{250}{3}\,lb \approx 83.\bar{3}\,lb$

$$\delta_{DG} = \frac{(375\,lb)(5\,ft)\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)}{(0.025\,in^2)(28\times10^6\,psi)} = \frac{9}{280}\,in = 32.1428\times10^{-3}$$

$$\delta_{AH} = \frac{(125\,lb)(1.8\,ft)\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)}{(0.025\,in^2)(28\times10^6\,psi)} = \frac{27}{7000}\,in = 3.8571\times10^{-3}\,in$$

$$\delta_{CF} = \frac{\left(\frac{125}{3}\,lb\right)(3\,ft)\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)}{(0.025\,in^2)(28\times10^6\,psi)} = \frac{3}{1400}\,in = 2.1428\times10^{-3}\,in$$

$$\delta_{GH} = \frac{\left(\frac{250}{3}\,lb\right)(3\,ft)\left(\frac{12\,in}{1\,ft}\right)}{(0.025\,in^2)(28\times10^6\,psi)} = \frac{3}{700}\,in = 4.2857\times10^{-3}\,in$$



$$\frac{\delta_{EH}-\delta_{CF}}{3\,ft} = \frac{N}{2\,ft} \rightarrow N = \frac{1}{700}\,in$$

$$N = 1.4285\times10^{-3}\,in$$

$$\frac{\delta_{BG}-\delta_{AH}}{4\,ft} = \frac{D}{3\,ft} \rightarrow D = \frac{297}{14000}\,in$$

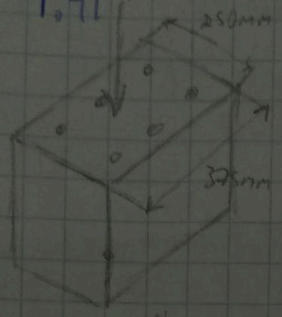
$$D = 0.021214\,in$$

$$\delta_p = D + \delta_{AH} + N + \delta_{CF}$$

$$\delta_p = \frac{297}{14000}\,in + \frac{27}{7000}\,in + \frac{1}{700}\,in + \frac{3}{1400}\,in = \frac{401}{14000}\,in = 0.0286\,in$$

$$\delta_p = 28.64\times10^{-3}\,in$$

4.41 900 KN



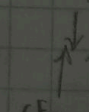
$D_{ac} = 20\,mm$

$E_{ac} = 200\,GPa = 200\times10^{9}\,Pa$

$E_c = 25\,GPa = 25\times10^{9}\,Pa$

$A_{ac} = \frac{\pi}{4}(20\times10^{-3}\,m)^2 = 3.141592\times10^{-4}\,m^2$

$A_c = (250\times10^{-3}\,m)(375\times10^{-3}\,m) - 6A_{ac} = 91.865\times10^{-3}\,m^2$



$+\uparrow\sum F_y = 0$

$6F_{ac} + F_c = 900\,KN$

$F_c = 900\times10^{3}\,N - 6F_{ac}$

$\delta_c = \delta_{ac} = \frac{F_{ac}\,L}{3.141592\times10^{-4}\,m^2\,(200\times10^{9}\,Pa)} = \frac{F_c\,L}{(91.865\times10^{-3})(25\times10^{9}\,Pa)}$

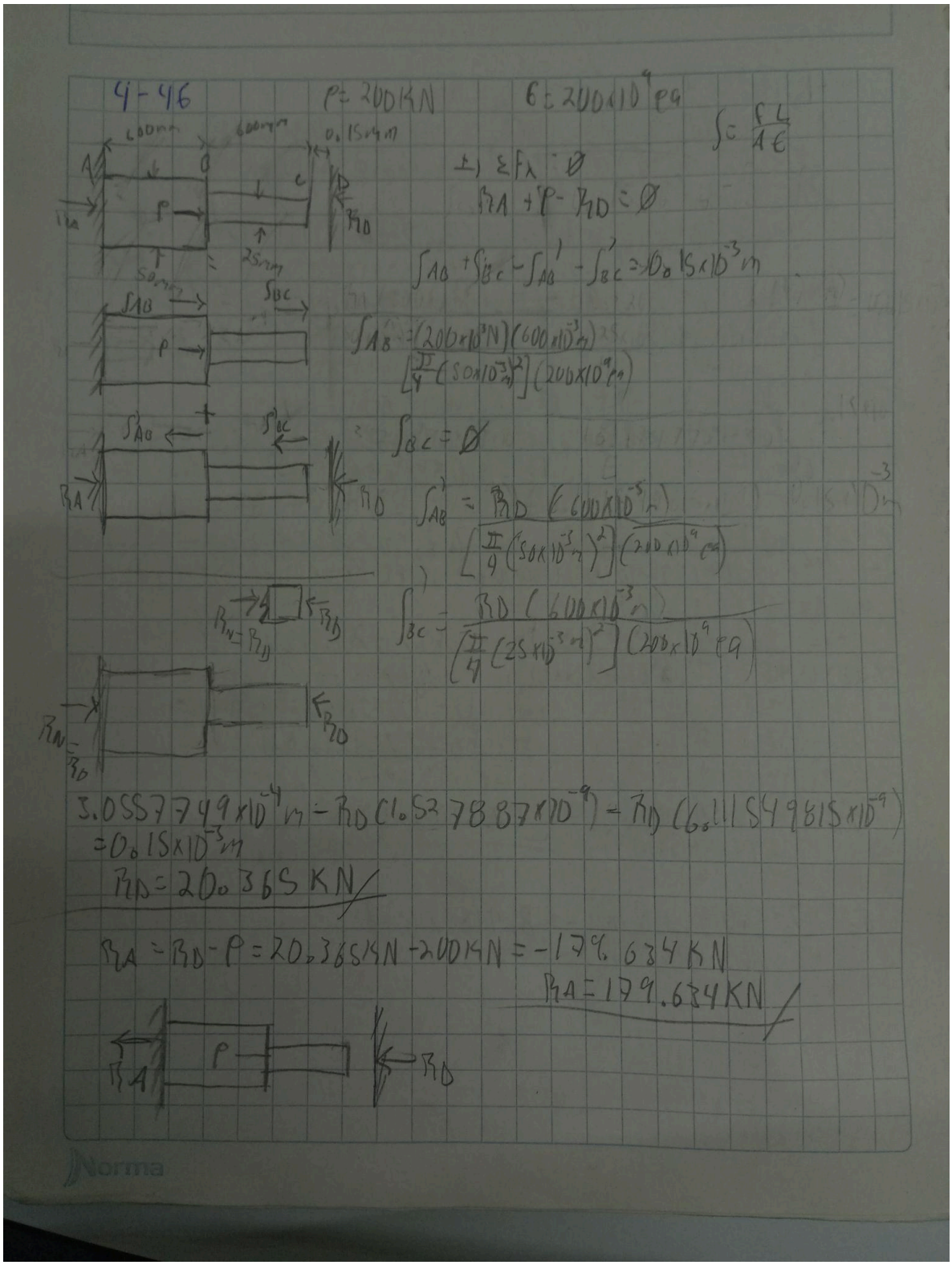
$\frac{F_{ac}}{62831840} = \frac{900\times10^{3}\,N - 6F_{ac}}{2.296625\times10^{9}} \rightarrow F_{ac} = 21.150\,KN$

$F_c = 900\,KN + 6(21.150\,KN)$

$F_c = 773.096\,KN$

$\sigma_{ac} = \frac{21.150\times10^{3}\,N}{3.141592\times10^{-4}\,m^2} = 67.3225\times10^{6}\,Pa$

$\sigma_c = \frac{773.096\times10^{3}\,N}{91.865\times10^{-3}\,m^2} = 8.4155\times10^{6}\,Pa$


4-46
P = 200 KN
E = 200 x 10^9 Pa
600 mm
600 mm
0.15 mm
25 mm
50 mm
δ = PL/AE
+) ΣFx = 0
RA + P - RD = 0
δAB + δBC - δ'AB - δ'BC = 0.15 x 10^-3 m
δAB = (200 x 10^3 N)(600 x 10^-3 m) / [π/4 (50 x 10^-3 m)^2](200 x 10^9 Pa)
δBC = 0
δ'AB = RD (600 x 10^-3 m) / [π/4 (50 x 10^-3 m)^2](200 x 10^9 Pa)
δ'BC = RD (600 x 10^-3 m) / [π/4 (25 x 10^-3 m)^2](200 x 10^9 Pa)
RN = RD
RN = RD
3.055749 x 10^-4 m - RD(6.52788870 x 10^-9) = RD(6.115498150 x 10^-9)
= 0.15 x 10^-3 m
RD = 20.365 KN
RA = RD - P = 20.3654 KN - 200 KN = -179.634 KN
RA = 179.634 KN

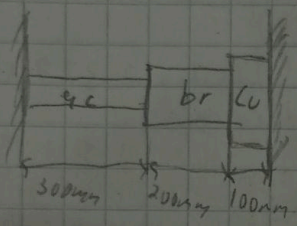
4-69

$T_1 = 12°C$

$T_2 = 18°C$

$\Delta T = 18 - 12°C = 6°C$

Acero	Latón	Cobre
$E_{ac} = 200\ GPa$	$E_{br} = 100\ GPa$	$E_{cu} = 120\ GPa$
$\alpha_{ac} = 12\times10^{-6}/°C$	$\alpha_{br} = 21\times10^{-6}/°C$	$\alpha_{cu} = 17\times10^{-6}/°C$
$A_{ac} = 200\ mm^2$	$A_{br} = 450\ mm^2$	$A_{cu} = 515\ mm^2$



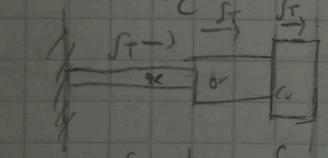
$$\delta_T)_{ac} + \delta_T)_{br} + \delta_T)_{cu} = \delta_c)_{ac} + \delta_c)_{br} + \delta_c)_{cu}$$

$$\delta_T)_{ac} = \frac{12\times10^{-6}}{°C}(6°C)(300\times10^{-3}m)$$

$$\delta_T)_{ac} = 2.16\times10^{-5}m$$

$$\delta_T)_{br} = \frac{21\times10^{-6}}{°C}(6°C)(200\times10^{-3}m) = 2.52\times10^{-5}m$$

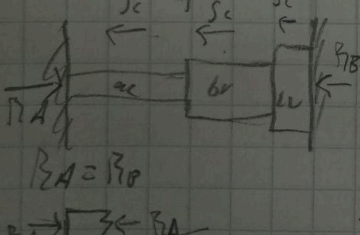
$$\delta_T)_{cu} = \frac{17\times10^{-6}}{°C}(6°C)(100\times10^{-3}m) = 1.02\times10^{-5}m$$



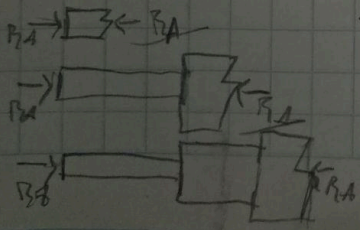
$$\delta_c)_{ac} = \frac{R_A(300\times10^{-3}m)}{(210\times10^{-6}m^2)(200\times10^9 Pa)} = 7.5\times10^{-9}R_A$$

$$\delta_c)_{br} = \frac{R_A(200\times10^{-3}m)}{(450\times10^{-6}m^2)(100\times10^9 Pa)} = 4.444\times10^{-9}R_A$$

$$\delta_c)_{cu} = \frac{R_A(100\times10^{-3}m)}{(515\times10^{-6}m^2)(120\times10^9 Pa)} = 1.6181\times10^{-9}R_A$$

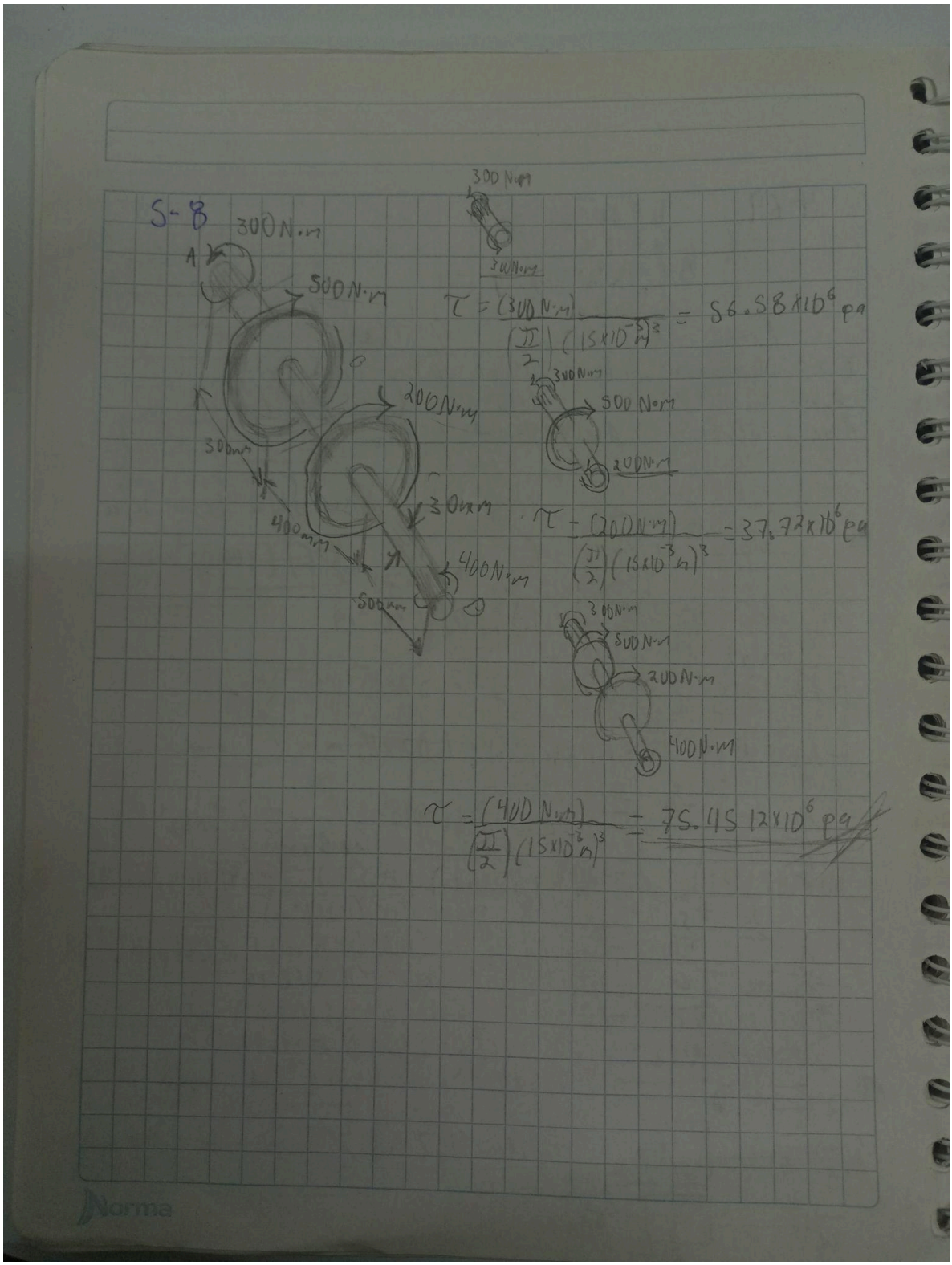


$R_A = R_B$

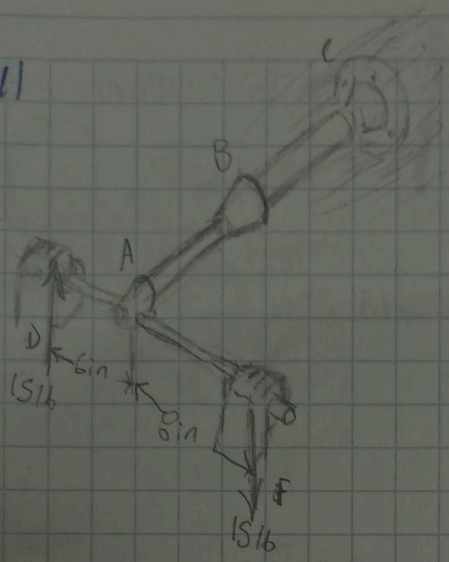


$$2.16\times10^{-5}m + 2.52\times10^{-5}m + 1.02\times10^{-5}m = 7.5\times10^{-9}R_A + 4.444\times10^{-9}R_A + 1.6181\times10^{-9}R_A$$

$$R_A = 4.2\ kN$$


S-B
300 N·m
500 N·m
200 N·m
300 N·m
400 N·m
500 mm
400 mm
300 N·m
τ = (300 N·m) / ((π/2)(15×10⁻³ m)³) = 56.58×10⁶ Pa
300 N·m
500 N·m
200 N·m
τ = (200 N·m) / ((π/2)(15×10⁻³ m)³) = 37.72×10⁶ Pa
300 N·m
500 N·m
200 N·m
400 N·m
τ = (400 N·m) / ((π/2)(15×10⁻³ m)³) = 75.45 12×10⁶ Pa

S-11



AB
$D_{ext} = 0.75in$
$D_{int} = 0.68in$
BC
$D_{ext} = 1in$
$D_{int} = 0.86in$
$\tau_{\perp} = ?$

$M_D = (15lb)(6in) = 90lb \cdot in$
$M_F = (15lb)(8in) = 120lb \cdot in$
$M = M_D + M_F = 210lb \cdot in$

AB

$$\tau_{max} = \frac{(210lb \cdot in)\left(\frac{0.75in}{2}\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\left(\frac{0.75in}{2}\right)^4 - \left(\frac{0.68in}{2}\right)^4\right)} = 7.818Ksi$$

BC

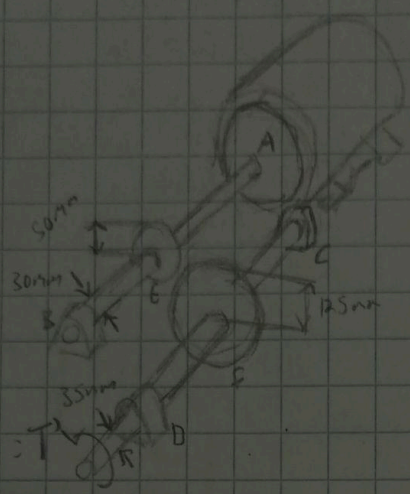
$$\tau_{max} = \frac{(210lb \cdot in)(0.5in)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)\left((0.5in)^4 - \left(\frac{0.86in}{2}\right)^4\right)} = 2.361Ksi$$

5-12

$T_A = 50\ N\cdot m$

$\tau_{max\ AB} = ?$

$\tau_{max\ CD} = ?$

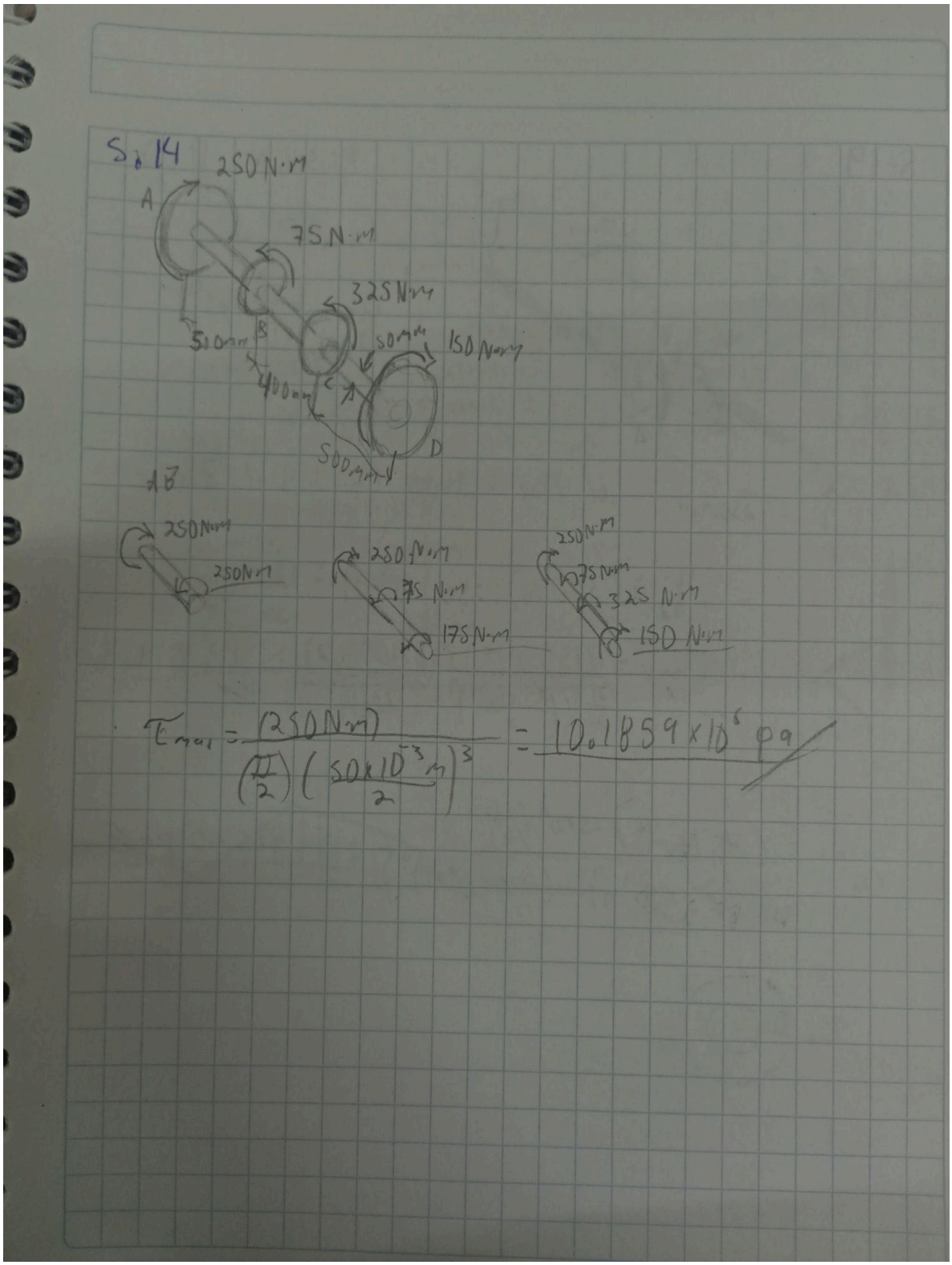


$$M = f \cdot d \rightarrow F_{eff} = \frac{M}{d} = \frac{50\ N\cdot m}{50\times10^{-3}\ m} = 1000\ N$$

$$M = f_F \cdot d = (1000\ N)(125\times10^{-3}\ m) = 125\ N\cdot m = T_2$$

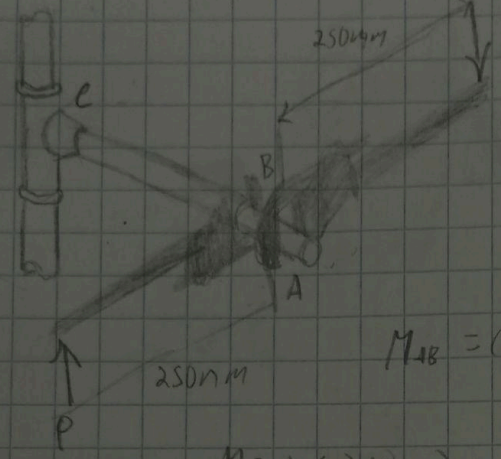
$$\tau_{AB_{max}} = \frac{(50\ N\cdot m)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{30\times10^{-3}}{2}\right)^3} = 9.4314\times10^{6}\ pa$$

$$\tau_{CD_{max}} = \frac{(125\ N\cdot m)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{35\times10^{-3}}{2}\right)^3} = 14.648\times10^{6}\ pa$$



$$\tau_{max} = \frac{(250\ N\cdot m)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{50\times10^{-3}\ m}{2}\right)^3} = 10.1859\times10^{6}\ Pa$$

S-19



$P = 300\,N$

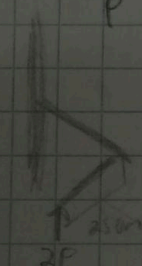
$\tau_{max} = ?$

$D_{ext} = 25\,mm$

$D_{int} = 20\,mm$

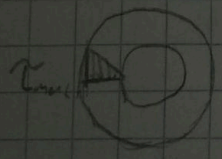
$M_{AB} = (300\,N)(250\times10^{-3}\,m) = 75$

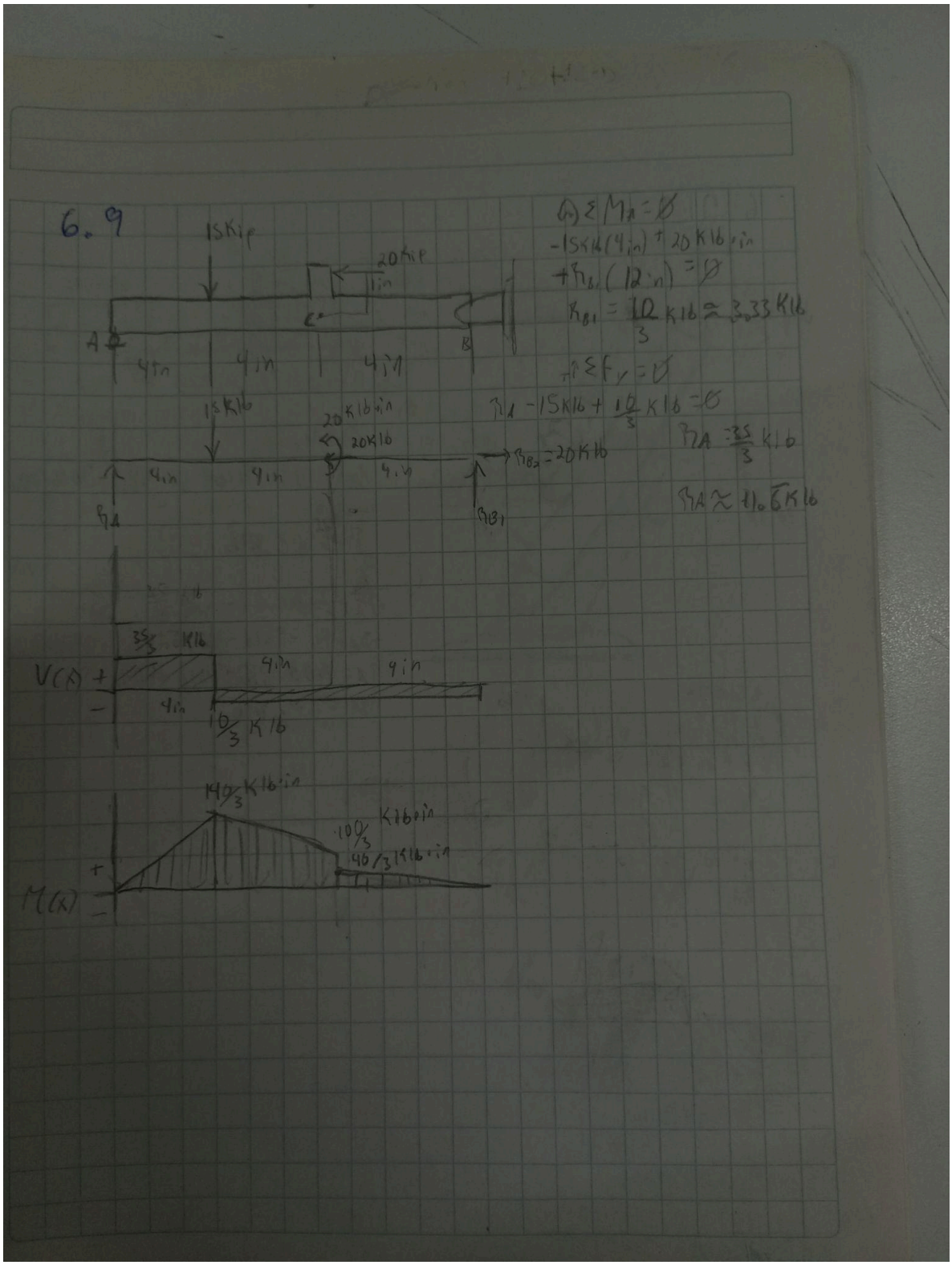
$M_{BA} = 2(300\,N)(250\times10^{-3}\,m) = 150\,N\cdot m$

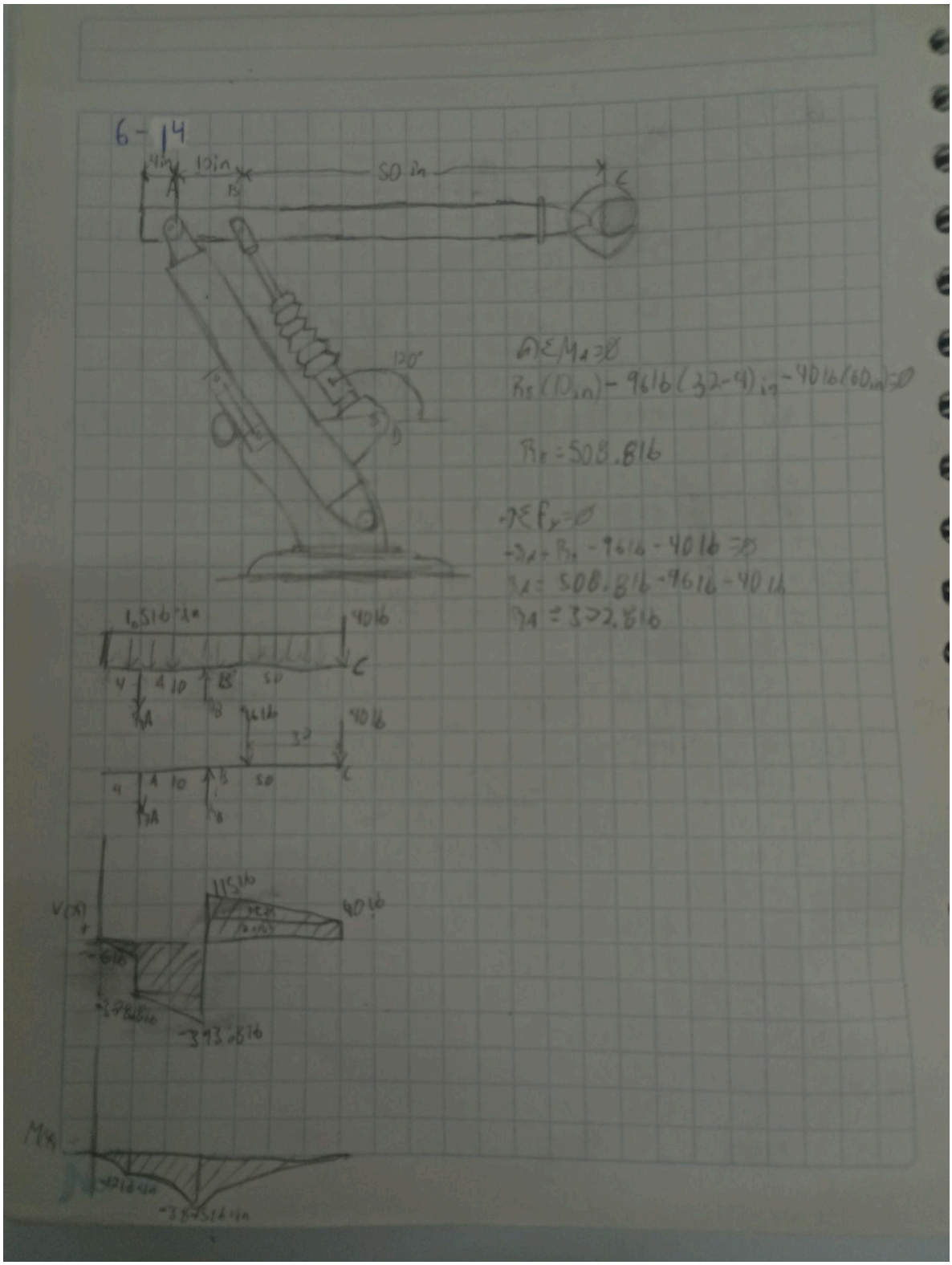


$$\tau_{max}_{BA} = \frac{(150\,N\cdot m)\left(25\times10^{-3}\,m/2\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\left(\frac{25\times10^{-3}}{2}\right)^4-\left(\frac{20\times10^{-3}}{2}\right)^4\right)} = 82.8\,MPa$$

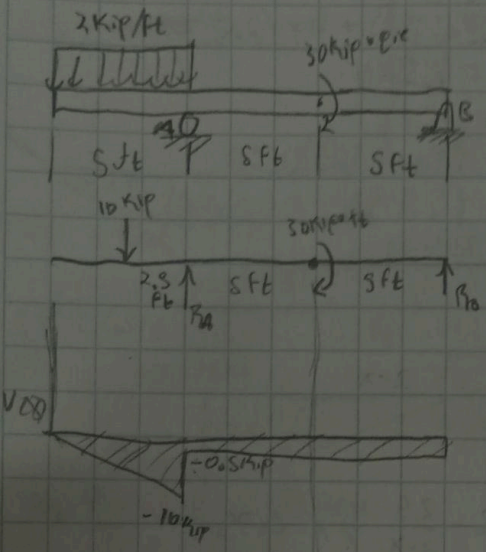
$$\tau_{max}_{CB} = \frac{(75\,N\cdot m)\left(25\times10^{-3}\,m/2\right)}{\left(\frac{\pi}{32}\right)\left((25\times10^{-3}\,m)^4-(20\times10^{-3}\,m)^4\right)} = 41.406\times10^{6}\,Pa$$




6.9
15Kip
20Kip·in
A
B
4in
4in
4in
15K16
20K16·in
20K16
R_{B2} = 20K16
R_A
R_{B1}
$\frac{35}{3}$ K16
V(x)
4in
4in
$\frac{10}{3}$ K16
$140/3$ K16·in
$100/3$ K16·in
$40/3$ K16·in
M(x)
$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$
$-15K16(4in) + 20K16·in + R_{B1}(12in) = 0$
$R_{B1} = \frac{10}{3}K16 \approx 3.33K16$
$+\uparrow \Sigma F_y = 0$
$R_A - 15K16 + \frac{10}{3}K16 = 0$
$R_A = \frac{35}{3}K16$
$R_A \approx 11.6\overline{6}K16$


6-14
4 in
10 in
50 in
A
B
C
120°
D
ΣMA = 0
BE(10 in) − 961.6(32 − 4) in − 401.6(60 in) = 0
BE = 508.816
ΣFy = 0
−AY − BE − 961.6 − 401.6 = 0
AY = 508.816 − 961.6 − 401.6
AY = 372.816
1,516 lb·in
401.6
961.6
32
V(x)
M(x)

6-19



$\circlearrowleft \sum M_A = \emptyset$

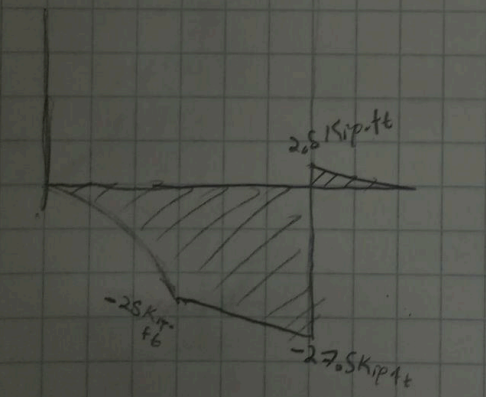
$10\,Kip\,(2.5\,ft) - 30\,Kip\cdot ft + R_B\,(10\,ft) = \emptyset$

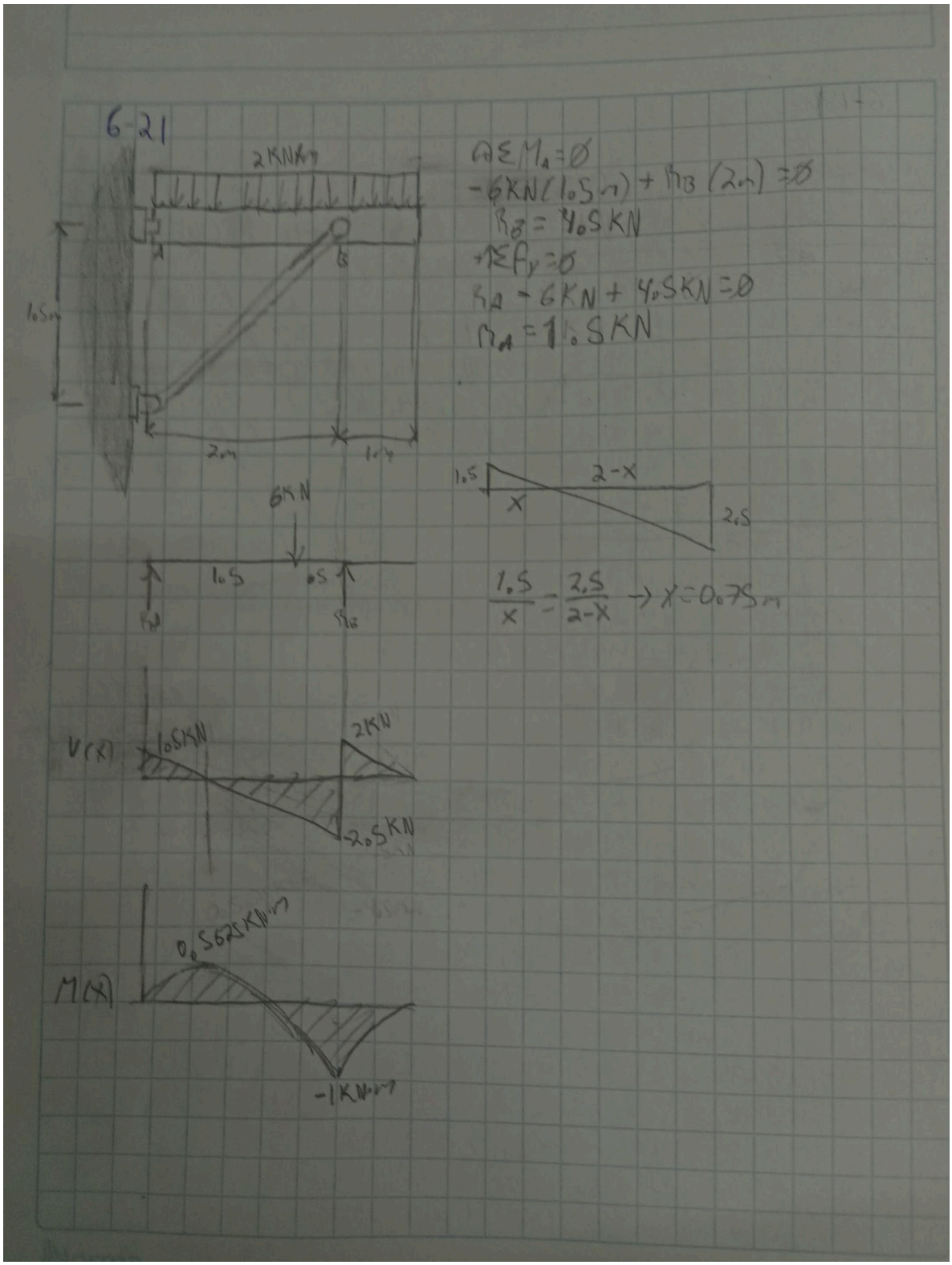
$R_B = 0.5\,Kip$

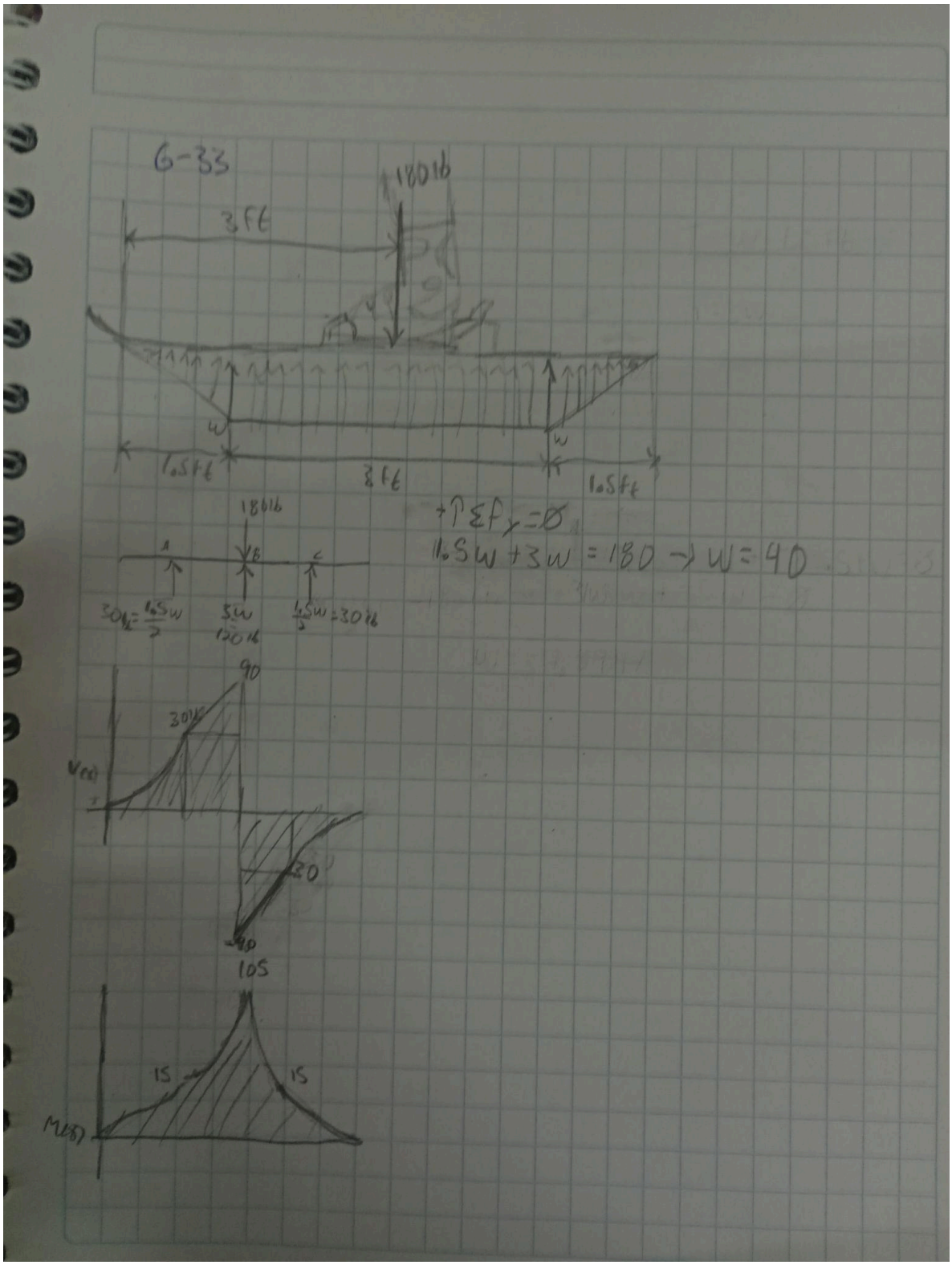
$+\uparrow \sum F_y = \emptyset$

$-10\,Kip + R_A + 0.5\,Kip = \emptyset$

$R_A = 9.5\,Kip$




6-21
2KN/m
A
B
1.5m
2m
1m
6KN
1.5
.5
R_A
R_B
$\circlearrowleft \Sigma M_A = 0$
$-6KN(1.5m) + R_B(2m) = 0$
$R_B = 4.5KN$
$+\uparrow \Sigma F_y = 0$
$R_A - 6KN + 4.5KN = 0$
$R_A = 1.5KN$
1.5
2-X
X
2.5
$\frac{1.5}{X} = \frac{2.5}{2-X} \rightarrow X = 0.75m$
V(X)
1.5KN
2KN
-2.5KN
M(X)
0.562KN·m
-1KN·m


G-33
180 lb
3 ft
w
w
1.5 ft
3 ft
1.5 ft
+↑ ΣFy = 0
1.5w + 3w = 180 → w = 40
180 lb
30 lb = 1.5w/3
5w
150 lb
1.5w/3 = 30 lb
90
30 lb
V (lb)
-90
105
15
15
M (lb-ft)

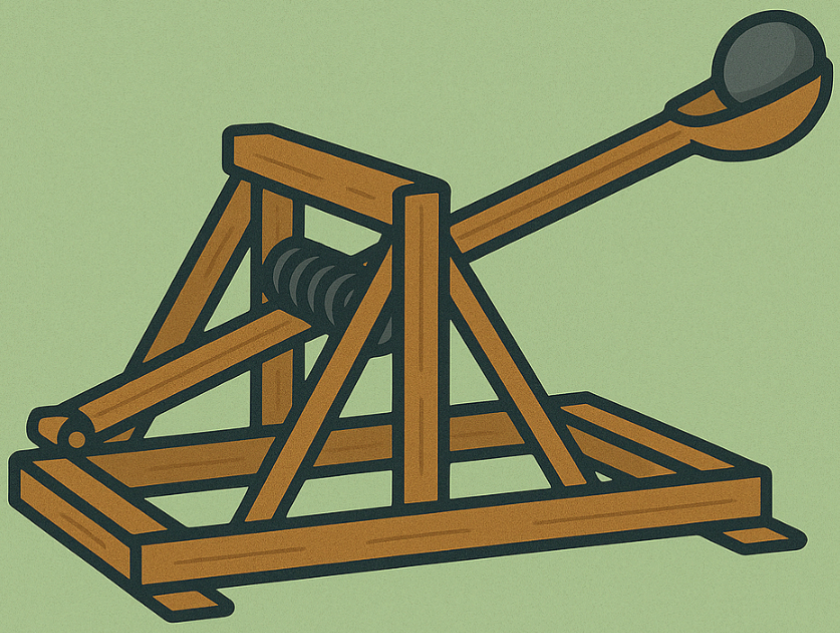
TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

MECÁNICA DE MATERIALES

Catapulta. Esfuerzos combinados

Equipo 5:

Hernández Ramírez Alejandro
Hayashi Zúñiga Hiroshi
Herrera Frias Paul Hernán
Ramírez Bustos Saul
Nava Pantoja Alejandro
Hernández Franco ÁngelJosué



Julio de 2025

Índice

Introducción..... 2
Marco teórico..... 3
Metodología..... 10
Desarrollo de práctica..... 12
Resultados y análisis..... 13
Conclusión..... 15
Bibliografía..... 15

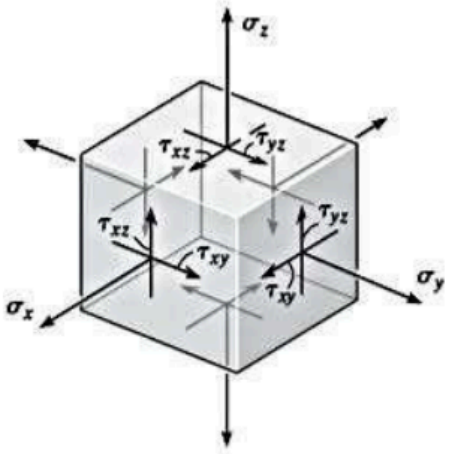
Introducción

El presente reporte tiene como finalidad documentar el desarrollo y análisis de un proyecto escolar que consistió en el diseño, construcción y evaluación de una catapulta funcional. Este proyecto fue realizado como parte de la asignatura de Mecánica de Materiales y tiene como objetivo principal aplicar de manera práctica los conceptos teóricos aprendidos durante el curso. A lo largo del diseño y funcionamiento de la catapulta, se identificaron y analizaron distintos tipos de esfuerzos mecánicos, tales como carga axial, esfuerzo cortante, flexión y torsión, permitiendo así una comprensión más profunda del comportamiento de los materiales bajo distintas condiciones de carga. La integración de estos conceptos no solo fortaleció el aprendizaje técnico, sino que también promovió el trabajo colaborativo, la resolución de problemas y la toma de decisiones basada en fundamentos de la ingeniería.

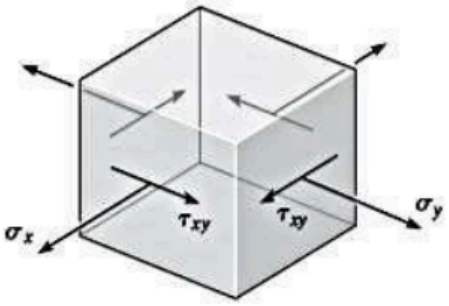
Marco Teórico

Esfuerzo plano

El estado general de esfuerzo en un punto se caracteriza mediante seis componentes independientes de esfuerzo normal y esfuerzo cortante, que actúan sobre las caras de un elemento de material. Sin embargo, este estado de esfuerzo no se encuentra con frecuencia en la práctica de la ingeniería. En su lugar, los ingenieros suelen hacer aproximaciones o simplificaciones de las cargas sobre un cuerpo con el fin de que el esfuerzo producido en un elemento de la estructura o un elemento mecánico pueda analizarse en un solo plano. Cuando se presenta este caso, se dice que el material está sometido a esfuerzo plano.



Estado general de esfuerzo

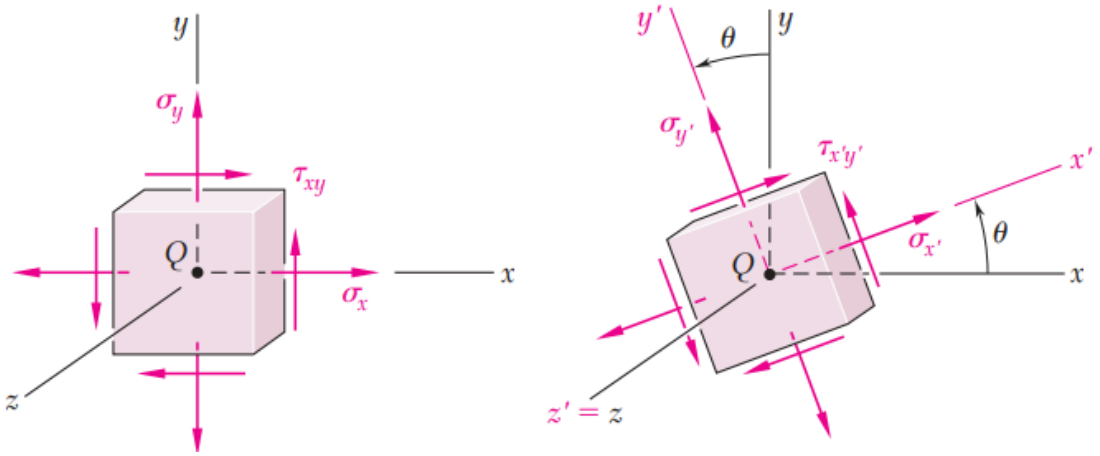


Esfuerzo plano

Por ejemplo, si no hay carga en la superficie de un cuerpo, entonces las componentes de los esfuerzos normal y cortante serán iguales a cero sobre la cara de un elemento que se encuentre en esta superficie. En consecuencia, las componentes de esfuerzo correspondientes en la cara opuesta también serán cero, por lo que el material en el punto estará sometido a esfuerzo plano.

Transformación de esfuerzo plano

Suponga que existe un estado de esfuerzo plano en el punto Q (con σz = τzx = τzy = 0), y definido por las componentes σx, σy y τxy , asociadas con el elemento de la figura. Se pide determinar las componentes del esfuerzoσx', σy' y τx'y' asociadas con el elemento después que ha girado un ángulo Θ con respecto al eje z, y expresar estas componentes en función de σx, σy, τxy y Θ.



$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\,\text{sen}\,2\theta$$

$$\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta - \tau_{xy}\,\text{sen}\,2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\,\text{sen}\,2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

Esfuerzos principales y circulo de Mohr

Las ecuaciones obtenidas anteriormente son las ecuaciones paramétricas de un círculo. Esto significa que si se escoge un sistema de ejes rectangulares y se grafica un punto M de abscisa σx' y ordenadas τx'y' para cualquier valor de Θ, los puntos así obtenidos estarán situados en un círculo. Para comprobarlo, se elimina Θ de las ecuaciones. Esto se hace trasponiendo primero (σx + σy)/2 y elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación,

luego se elevan al cuadrado ambos miembros y, finalmente, se suman miembro a miembro las ecuaciones resultantes. Se tiene:

$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

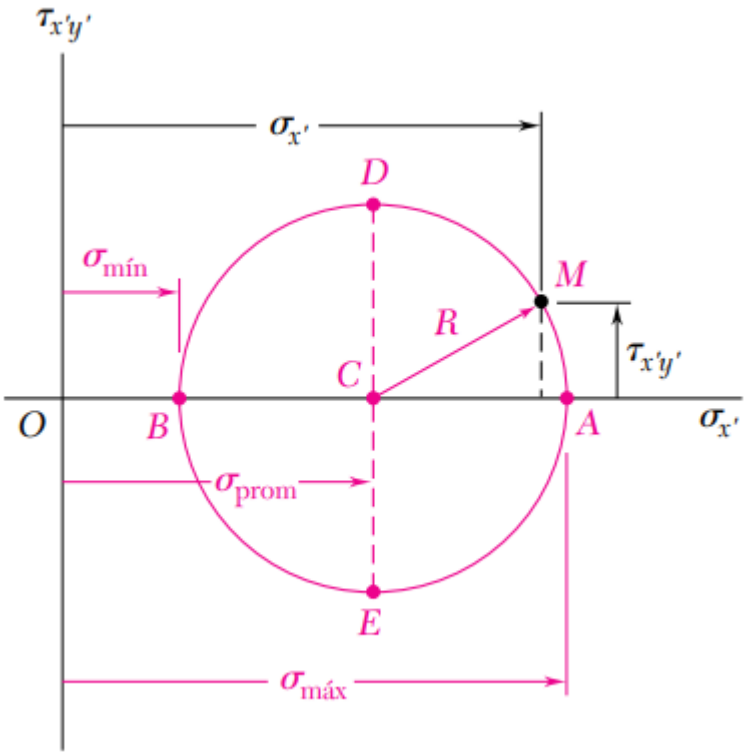
Haciendo que:

$$\sigma_{\text{prom}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \qquad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Se tiene:

$$(\sigma_{x'} - \sigma_{\text{prom}})^2 + \tau_{x'y'}^2 = R^2$$

Lo cual es la ecuación de un círculo de radio R con centro en el punto C de abscisa σprom y ordenada 0.

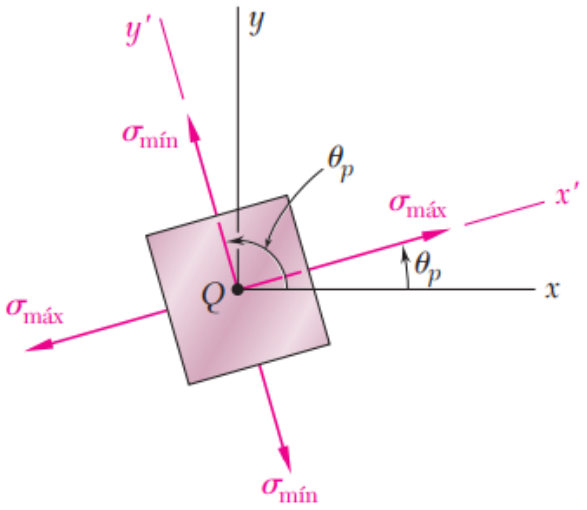


Los puntos A y B, donde el círculo de la figura interseca el eje horizontal, son de especial interés: el punto A corresponde al valor máximo del esfuerzo normal mientras el punto s B corresponde a su valor mínimo.

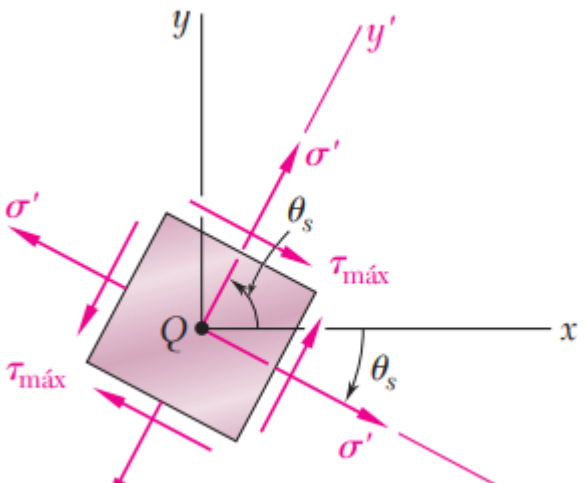
Además, ambos puntos tienen un valor nulo del esfuerzo cortante $\tau x'y'$. Así, los valores Θp del parámetro Θ que corresponden a los puntos A y B pueden obtenerse haciendo $\tau x'y' = 0$ en la ecuación. Se tiene:

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Los planos que contienen las caras del elemento obtenido se llaman planos principales de esfuerzo en el punto Q, y los valores correspondientes σmáx y σmín del esfuerzo normal ejercido sobre estos planos son los esfuerzos principales en Q.



$$\sigma_{\text{máx, mín}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



$$\tau_{\text{máx}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Criterios de fluencia para materiales dúctiles

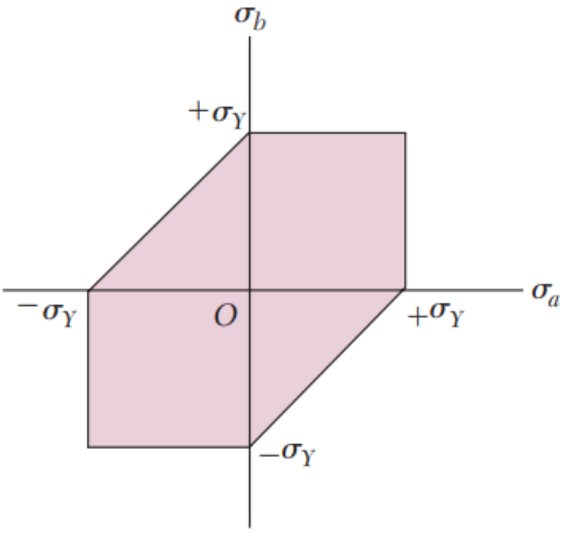
Los elementos estructurales y las componentes de máquinas elaborados de un material dúctil se diseñan de manera que el material no fluya bajo las condiciones esperadas de carga.

Criterio del esfuerzo cortante máximo

Este criterio se basa en la observación que sitúa la fluencia de materiales dúctiles como resultado del deslizamiento del material, a lo largo de superficies oblicuas, debido a esfuerzos cortantes. De acuerdo con este criterio, un componente estructural es seguro siempre que el valor máximo **τ**máx del esfuerzo cortante, en esa componente, permanezca por debajo del valor correspondiente del esfuerzo cortante que, en una prueba de tensión de una probeta del mismo material la hace fluir.

El máximo valor del esfuerzo cortante bajo una carga axial céntrica es igual a la mitad del valor del esfuerzo axial correspondiente, se concluye que el esfuerzo cortante máximo en una prueba de tensión es cuando la probeta empieza a fluir. El máximo valor **τ**máx del esfuerzo cortante es ½ **σ**máx si los esfuerzos principales son ambos positivos o ambos negativos y es ½ (**σ**máx - **σ**mín) si el máximo esfuerzo es positivo o el mínimo negativo. Por consiguiente, si los esfuerzos principales **σ**a y **σ**b tienen el mismo signo, el criterio del esfuerzo cortante máximo da:

$$|\sigma_a| < \sigma_Y \qquad |\sigma_b| < \sigma_Y$$



En la figura se han representado gráficamente las relaciones obtenidas. Cualquier estado de esfuerzo se representará en esa figura por un punto de coordenadas σa y σb, en donde σa y σb son los esfuerzos principales. Si el punto cae dentro del área mostrada en la figura, el componente estructural es seguro. Si cae fuera de esta área, el componente fallará por cedencia del material. El hexágono asociado con la iniciación de la cedencia en el material se conoce como hexágono de Tresca en honor al ingeniero francés Henri Edouard Tresca (1814-1885).

Criterio de la máxima energía de distorsión

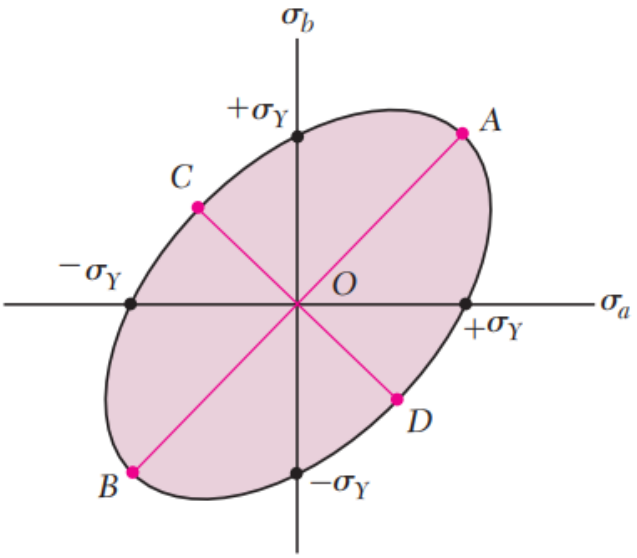
Se basa en el cálculo de la energía de distorsión en un material dado, es decir, de la energía asociada con cambios en la forma del material (distinto de la energía asociada con el cambio de volumen en el mismo material). De acuerdo con este criterio, también conocido como el criterio de von Mises, en honor del matemático germano-estadounidense Richard von Mises (1883-1953), un componente estructural dado es seguro siempre que el valor máximo de la energía de distorsión por unidad de volumen en ese material permanezca más pequeño que la energía de distorsión por unidad de volumen requerida para hacer fluir una probeta del mismo material sometida a tensión.

$$u_d = \frac{1}{6G}(\sigma_a^2 - \sigma_a\sigma_b + \sigma_b^2)$$

Donde σa y σb son los esfuerzos principales y G el módulo de rigidez. En el caso particular de una probeta de tensión que empieza a fluir, se tiene σa = σy, σb = 0 y (Ud)y = σ2y/6G .Así, el criterio de la máxima energía de distorsión indica que el componente estructural es seguro siempre que Ud (Ud)y, o:

$$\sigma_a^2 - \sigma_a\sigma_b + \sigma_b^2 < \sigma_Y^2$$

es decir, siempre que el punto de coordenadas σa y σb caiga dentro del área mostrada en la figura.



Metodología

1. Selección del tipo de mecanismo

Se optó por construir una catapulta, dado que permite representar de forma clara y funcional diversos tipos de esfuerzos combinados: torsión, flexión, esfuerzo cortante y carga axial. Entre las opciones consideradas (ballesta y modificación de otros mecanismos), la catapulta fue seleccionada por decisión democrática del equipo, valorando su simplicidad estructural, claridad en la demostración de conceptos mecánicos y viabilidad de construcción.

2. Diseño del modelo

Se procedió a observar ejemplos funcionales de catapultas en plataformas como YouTube para entender distintos mecanismos de lanzamiento. Con base en esta investigación, se definió un diseño propio y se elaboró un plano detallado considerando dimensiones, componentes y distribución de esfuerzos.

3. Selección de materiales

Se eligieron materiales accesibles, resistentes y manipulables para la construcción manual del modelo:

- Tablas de madera(brazo lanzador y base)
- Palos de madera (soportes).
- Clavos (refuerzo estructural y uniones).
- Ligas elásticas (elemento que aporta energía al sistema).
- Hilo (para generar torsión).
- Pegamento
- Herramientas de corte

4. Construcción del sistema

- Corte y armado de piezas: Se midieron, cortaron y lijaron los componentes de madera según las dimensiones establecidas en el plano.
- Montaje de la base: Se ensambló la base de la catapulta, asegurando estabilidad para soportar esfuerzos de flexión.

- Evaluación de mecanismos de carga: Se probaron tanto ligas como hilo para la torsión del sistema, evaluando resistencia, elasticidad y su impacto en el desempeño del lanzamiento.
- Optimización estructural: Durante las pruebas, se identificaron zonas con fallas mecánicas (flexión excesiva en la base y esfuerzo cortante en el tope del ángulo de disparo), las cuales fueron reforzadas con clavos y palos adicionales.

5. Ajuste y mejora del sistema de lanzamiento

Se incrementó la eficiencia del disparo incorporando múltiples ligas algunas ligas proporcionaban tensión inicial al brazo lanzador mientras otras mejoraban la velocidad y fuerza de disparo.
Esto trajo consigo nuevos desafíos estructurales, que fueron resueltos con refuerzos mecánicos bien ubicados.

6. Evaluación de esfuerzos mecánicos presentes

Durante y después de la construcción se identificaron y analizaron los siguientes esfuerzos:

Carga axial: En los elementos verticales de soporte.
Cortante: En las uniones del sistema, especialmente en el palo de tope.
Flexión: En el brazo lanzador durante el disparo.
Torsión: En el sistema de carga mediante hilo.

Desarrollo de Práctica

Comenzamos pensando en cual seria el mejor proyecto para representar los esfuerzos combinados, donde se nos vino a la mente una ballesta, una catapulta o modificar uno de los anteriores proyectos, entonces para elegir entre las opciones optamos por decidir democráticamente donde la mayoría escogió la catapulta.

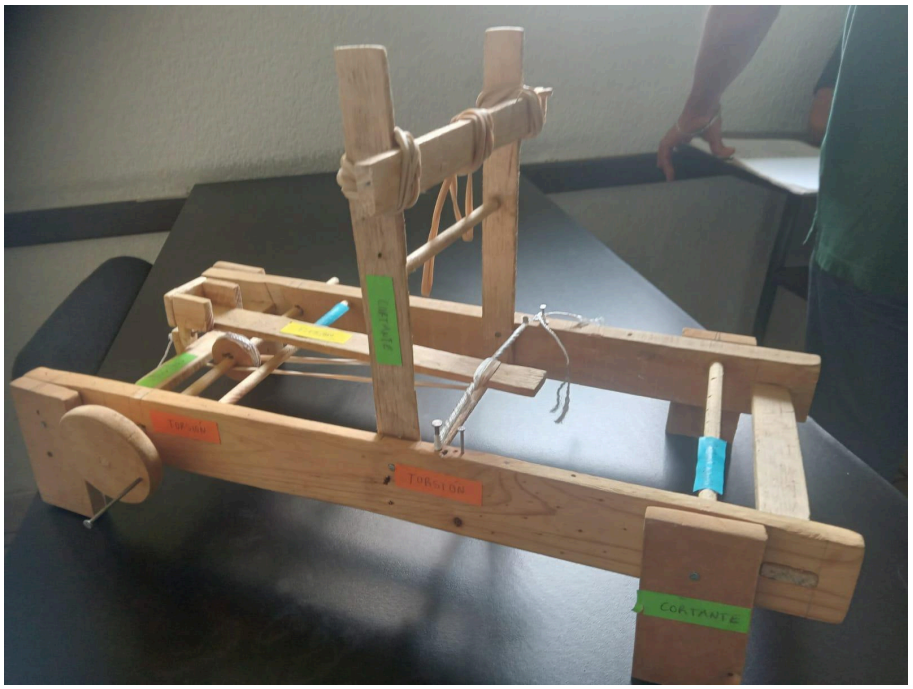
Una vez elegido el proyecto que se realizaría, continuamos buscando ideas para realizarlo en youtube hasta tener una idea fija, para entonces realizar un plano del diseño de nuestra catapulta.

Al día siguiente, donde ya teníamos los materiales que necesitábamos, cortamos las piezas a la medida y las fuimos uniendo.

una vez que terminamos la base de nuestra catapulta probamos si era mejor utilizar ligas o hilo para ejercerles torsión, donde tomamos en cuenta tanto la resistencia del material como su utilidad para nuestro objetivo, donde después de varias pruebas terminamos decidiendo que la mejor opción era el hilo, además para aumentar la fuerza de disparo añadimos ligas que mejoran la velocidad inicial del disparo y otras para antes de soltar el proyectil.

Cabe decir que al añadirle tantas ligas se presentaron dificultades porque la base no soportaba tanta flexión y el palo que define el ángulo de disparo recibía mucho esfuerzo cortante, así que tuvimos que reforzarlo añadiendo palo que disminuían la flexión y clavos para mejorar la resistencia del esfuerzo cortante.

Para concluir especificamos donde se mostraban algunos esfuerzos que se presentaban en nuestra catapulta



(Catapulta terminada)

Resultados y análisis

1. Identificación de esfuerzos mecánicos

Durante la construcción y prueba de la catapulta, se identificaron diversos tipos de esfuerzos combinados que afectaron a diferentes elementos estructurales:

Carga axial: Observada principalmente en los elementos verticales de soporte de la estructura. Estos miembros soportaron el peso del sistema y las tensiones derivadas del armado.

Esfuerzo cortante: Se manifestó notablemente en el palo de tope, el cual controlaba el ángulo de disparo. Al recibir directamente el impacto del brazo lanzador, fue necesario reforzarlo con clavos adicionales para evitar la fractura y colapso del mismo.

Flexión: Afectó fuertemente al brazo lanzador, el cual se deformaba al ser tensado por las ligas e hilo. Este fenómeno es típico en vigas sometidas a carga en voladizo, como ocurre en una catapulta. Las pruebas evidenciaron que una mayor carga generaba flexiones importantes que obligaron a añadir refuerzos estructurales.

Torsión: Se presentó en el sistema de carga por hilo, el cual al enrollarse transmitía energía de torsión al sistema. La eficiencia de este mecanismo fue evaluada y optimizada comparando con ligas, y se optó por una combinación de ambos elementos.

*2. Modificaciones estructurales como respuesta a los esfuerzo*s

El diseño inicial tuvo que ser modificado en varias ocasiones:

Se observaron fallas por flexión excesiva en la base al incrementar el número de ligas. Esto se resolvió agregando palos adicionales que actuaron como refuerzos estructurales.

El palo de tope, sometido a altos esfuerzos cortantes, fue reforzado con clavos adicionales, mejorando significativamente su resistencia.

Estas observaciones reflejan una correcta interpretación de la teoría del comportamiento mecánico de materiales y cómo aplicar medidas prácticas para resolver fallas estructurales.

3. Desempeño del sistema

El sistema logró una mejora de eficiencia en el disparo al optimizar la combinación de elementos de carga (ligas + hilo). Esto permitió aumentar:

La energía almacenada antes del disparo.

La velocidad inicial del proyectil.

La estabilidad estructural del sistema, luego de los refuerzos.

Conclusión

La realización de este proyecto permitió aplicar de manera integral los conocimientos adquiridos en la asignatura de Mecánica de Materiales, al analizar y comprender cómo interactúan distintos tipos de esfuerzos en una estructura real como lo es una catapulta. A través del diseño, la construcción y las pruebas del dispositivo, se logró identificar la presencia de carga axial en los elementos de soporte, esfuerzo cortante en las uniones, flexión en el brazo lanzador y torsión en algunos componentes durante el proceso de lanzamiento. Este enfoque práctico no solo facilitó la visualización de conceptos teóricos, sino que también reforzó habilidades clave como el trabajo en equipo, la toma de decisiones técnicas y el pensamiento crítico. En conclusión, el proyecto no solo cumplió con los objetivos académicos planteados, sino que también demostró la importancia de una correcta comprensión de los esfuerzos mecánicos en el diseño estructural.

Bibliografía

- Beer, F. P., Johnston, E. R., DeWolf, J. T., & Mazurek, D. F. (2018). Mecánica de materiales (7.ª ed., adaptación al español). McGraw-Hill Education.
- Hibbeler, R. C. (2018). Mecánica de materiales (10.ª ed., adaptación al español). Pearson Educación.